

# Analisi Matematica 1

docente: Ghezzi - codocente: Callegari

Cognome: .....

A.A. 2021-2022

Nome: .....

2 Marzo 2022

---

**1.** Dato l'insieme  $A = \left\{ \left( \frac{n+2}{n+1} \right)^{n+1} \mid n \in \mathbf{N}, n \geq 3 \right\}$ , determinare, se esistono,  $\inf A$ ,  $\sup A$ ,  $\min A$  e  $\max A$ , motivando le risposte date.

**2.** Calcolare:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \cdot \left( \sqrt{2 + \sqrt{3 + \cos \frac{1}{n}}} - 2 \right)$ .

**3.** Confrontare l'ordine di infinito delle seguenti successioni:

$$a_n = e^{n^3} \quad b_n = \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^4} \quad c_n = \left( 1 - \frac{1}{n} \right)^{-n^4} \quad d_n = n!$$

**4.** Data  $f(x) = \sqrt{1+x^3}$

- (a) calcolare  $f'_+(-1)$ ;
- (b) dire se è Lipschitziana su  $[-1, 1]$ ;
- (c) dire se è uniformemente continua su  $[-1, 1]$ ;
- (d) dire se è uniformemente continua su  $[1, +\infty)$ ;
- (e) dire se è Lipschitziana su  $[1, +\infty)$ .

**5.** Trovare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0$  di:

$$\left( e^{-2x^2} - \cos 2x \right) \cdot \ln(1+x+x^2) + e^{x^{100}} - \sqrt[3]{1+4x^5}$$

**6.** Si consideri la funzione  $f(x) = x^4 + x^2 + \alpha \cdot (\cos x - 1)$  dipendente da un parametro  $\alpha > 0$ .

- (a) Per  $\alpha = 2$  fare uno studio completo del grafico di  $f(x)$ .
- (b) Per  $\alpha = 2$  dire quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$ .
- (c) Dire per quali  $\alpha > 0$ , l'equazione  $f(x) = 0$  ha una sola soluzione.
- (d) Per  $\alpha = 4$  dire quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$ .