

Analisi Matematica 1 - Lista n. 4

Quesiti su "definitivamente" e "frequentemente"

www.problemisvolti.it

NOTAZIONE: Per comodità di espressione, useremo talvolta le seguenti locuzioni:

(a) Dire che:

"la proprietà ... vale definitivamente in n "

significa dire che:

"esiste $n_0 \in \mathbb{N}$ tale che la proprietà ... vale per ogni $n \geq n_0$ "

(b) Dire che:

"la proprietà ... vale frequentemente in n "

significa dire che:

"per ogni $n_0 \in \mathbb{N}$ esiste un $m_0 \geq n_0$ tale che la proprietà ... vale per $n = m_0$ "

Ad esempio la frase:

definitivamente in n si ha $n > 100$

è vera, mentre la frase:

definitivamente in n si ha che n è pari

è falsa.

Analogamente, la frase:

frequentemente in n si ha che n è pari

è vera, mentre la frase:

frequentemente in n si ha $n < 100$

è falsa.

QUESITI PROPOSTI

1) Dopo aver ricordato che " $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l \in \mathbb{R}$ " significa che:

(*) " $\forall \varepsilon > 0$, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| < \varepsilon$ "

dire quali delle seguenti affermazioni, nelle quali sono state evidenziate in rosso le differenze con la (*), sono ugualmente equivalenti a (*):

(a) " $\forall \varepsilon > 0$, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| \leq \varepsilon$ "

(b) " $\forall \varepsilon \geq 0$, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| < \varepsilon$ "

(c) " $\forall \varepsilon \geq 0$, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| \leq \varepsilon$ "

(d) " $\forall \varepsilon > 0$, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| < \frac{\varepsilon}{2}$ "

(e) " $\forall \varepsilon \in (0, 1]$, definitivamente in n , si ha $|a_n - l| < \varepsilon$ "

Dire quali delle affermazioni da (2) a (9) sono vere e quali sono false.

2) frequentemente in n , $\sin n > 0$

3) definitivamente in n , $\sin n > 0$

4) per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$, definitivamente in n , $(-1)^n < \lambda$

5) esiste $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che, definitivamente in n , $(-1)^n < \lambda$

6) per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$, frequentemente in n , $(-1)^n \cdot n < \lambda$

7) frequentemente in n , per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$, $(-1)^n \cdot n < \lambda$

- 8) definitivamente in \mathbb{N} , frequentemente in \mathbb{K} , $\sin n > \cos k$
- 9) frequentemente in \mathbb{K} , definitivamente in \mathbb{N} , $\sin n > \cos k$
- 10) Data una successione (a_n) , scrivere in simboli (cioè usando se necessario " \forall ", " \exists ", "frequentemente" e "definitivamente") cosa significa che " a_n non tende a 5".