

Analisi Matematica 1 - Lista n. 6

Operazioni tra limiti e catena degli infiniti

www.problemisvolti.it

NOTA: Tutti i limiti di questa lista si possono (e devono!) calcolare utilizzando, oltre a ciò che si poteva già usare per la lista 5, **SOLO** i teoremi sulle **OPERAZIONI TRA LIMITI** e le regole standard di **CONFRONTO TRA INFINITI**. Occasionalmente può essere utile utilizzare i risultati descritti dai problemi (41) e (42).

$$1) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n}{n^{100}}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_5(n^{100} + 2)}{n!}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^3}$$

$$4) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n}{2^{2n}}$$

$$5) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-5)^n}{n!}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{(-5)^n}$$

$$7) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}{n!}$$

$$8) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n}}{\log_2(n^4 + 1)}$$

$$9) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(n^2)}{(\log_2 n)^2}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_{10}(n^4)}{(\log_3 n)^2}$$

$$11) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^5 \cdot 2^n + n^{10}}{n^2 + 3^n}$$

$$12) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^4 \log_5 n^2}{(n-1)^5}$$

$$13) \lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n - 2^n$$

$$14) \lim_{n \rightarrow +\infty} (-3)^n - 2^n$$

$$15) \lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n - (-2)^n$$

$$16) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$17) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n^3}$$

$$18) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{n+1} + 2^{n^2}}{(2n)!}$$

$$19) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(3 + \frac{1}{n}\right)^n}{\left(4 - \frac{1}{n}\right)^n}$$

$$20) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{1 + \log_3 n}}{n}$$

$$21) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n-1)!}{2^{n+1}}$$

$$22) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{100^{\sqrt{n}}}{10^n}$$

$$23) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{10^{n^3}}{1000^n}$$

$$24) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{\sqrt{n}}}{n^{100}}$$

$$25) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^2}{(n^2)!}$$

$$26) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^{2n}}{2^{n^2}}$$

$$27) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$$

$$28) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+100)!}{n^n}$$

$$29) \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n!+1}$$

$$30) \lim_{n \rightarrow +\infty} \log_n(1+n!)$$

$$31) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n! \cdot 2^n}{(2n)!}$$

$$32) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

$$33) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^2 \cdot 2^n}{(2n)!}$$

$$34) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^2 \cdot 3^n}{(2n)!}$$

$$35) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^2}{n^n}$$

$$36) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{(\ln(\ln n))^{\ln n}}$$

$$37) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{(\ln n)^{\ln(\ln n)}}$$

$$38) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^{n!}}{(n^n)!}$$

$$39) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n!}}{(2^n)!}$$

$$40) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)!}{n^{n^n}}$$

41) Date 2 successioni: (a_n) a valori in \mathbb{R} e (k_n) a valori in \mathbb{N} , tale che $k_n \rightarrow +\infty$ per $n \rightarrow +\infty$. Dimostrare che se a_n ha limite l (finito o infinito) allora si ha anche $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{k_n} = l$.

42) Date la successione (a_n) , mostrare che se $a_n \rightarrow +\infty$, allora, per ogni $A, B \in \mathbb{R}$ tali che $A > 1$ e $B > 0$ si ha:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log_A(a_n)}{(a_n)^B} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(a_n)^B}{A^{a_n}} = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{A^{a_n}}{(a_n)^{a_n}} = 0.$$