

Analisi Matematica 1 - Lista n. 16

Studio di funzioni e sue applicazioni

Titolo nota

www.problemisvolti.it

Studiare il grafico delle seguenti funzioni

$$1) f(x) = 3 \arctan \frac{1}{x} + 2 \ln(1+x^2)$$

$$2) f(x) = \sin \frac{\pi x}{2+2x^2}$$

$$3) f(x) = x e^{-\frac{1}{x}}$$

$$4) f(x) = \ln \sqrt{\left| \frac{x+1}{x-1} \right|}$$

$$5) f(x) = \arctan \sqrt{\left| \frac{1-x}{1+x} \right|}$$

$$6) f(x) = \sin \frac{\pi x}{2+2x^2}$$

$$7) f(x) = |x-2| e^{-\frac{3}{x}}$$

$$8) f(x) = \left| x + \frac{3}{2} \right| e^{\frac{2x}{x-1}}$$

$$9) f(x) = x e^{\frac{1}{\ln \frac{1}{x}}}$$

$$10) f(x) = \frac{x^x}{1+x^{2x}}$$

Usando in modo opportuno lo studio di funzione, dire per quali valori di x sono verificate le seguenti disuguaglianze:

$$11) e^x > 1+x$$

$$12) \ln(1+x) < 2x + \frac{1}{2}$$

$$13) \arctan x > \frac{x}{1+x^2}$$

$$14) \ln(1+x) > \frac{x}{1+x}$$

$$15) e^x < \frac{1}{1-x}$$

$$16) e^{-x^2} < 1 - x^2 + \frac{x^4}{2}$$

Per ciascuna delle seguenti equazioni dire, usando in modo opportuno lo studio di funzione, quante sono le sue soluzioni:

$$17) x^6 - 12x = -\frac{21}{2}$$

$$18) \arctan x = \frac{9|x|}{10}$$

$$19) \ln x = x^2 - \frac{3}{4}$$

$$20) \ln(1+x^2) = (x-1)^2$$

$$21) x^x = e^x + 1$$

$$22) e^x = 1 + x + x^2$$

Rispondere ai seguenti quesiti usando, se necessario, uno studio di funzione:

23) Mostrare che per ogni $x \in (-1, 1)$ si ha:

$$2 \arctan \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = \arcsin x + \frac{\pi}{2}.$$

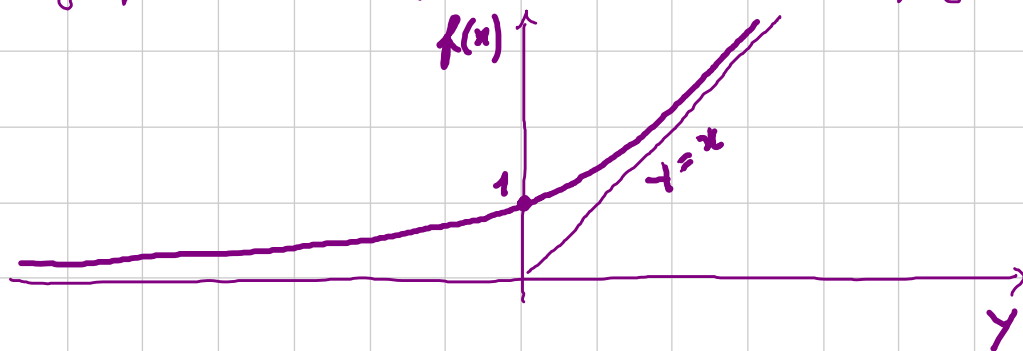
24) Dire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione:

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \alpha$$

25) Dire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione:

$$e^x = \alpha x$$

26) Trovare un'espressione $f(x)$ tale che, se si disegna il grafico di $y = f(x)$ si ottiene la figura seguente:



Tale $f(x)$ può essere del tipo $\frac{p(x)}{q(x)}$ con $p(x)$ e $q(x)$ polinomi?