

Analisi Matematica 1 - Lista n. 25

Titolo nota

Calcolo di Integrali Impropri

www.problemisvolti.it

Calcolare i seguenti integrali impropri:

1) $\int_0^1 \ln x \, dx$

2) $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x} \, dx$

3) $\int_1^{+\infty} \frac{2}{x(\sqrt{2} + \ln x)} \, dx$

4) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \arctan \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx$

5) $\int_{-\infty}^0 e^{\sqrt[3]{x}} \, dx$

6) $\int_{-1}^0 \ln\left(\frac{1}{x^8}\right) \, dx$

7) $\int_{\frac{3}{2}\pi}^{2\pi} \sin x \ln(\cos x) \, dx$

8) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{\pi} \arctan x} \, dx$

9) $\int_{81}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{x^5} - \sqrt[4]{x^3}} \, dx$

10) $\int_e^{+\infty} \frac{e^{\frac{2x}{x}}}{x^2} \, dx$

11) $\int_1^{+\infty} \frac{\pi}{x^2 \cos\left(\frac{\pi}{6x}\right)} \, dx$

12) $\int_{-2}^2 \ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4-x^2}}\right) \, dx$

Rispondere, motivando la risposta, alle seguenti domande:

13) Dopo aver calcolato i seguenti limiti: (a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_n^{3n} \frac{1}{x} \, dx$, (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_n^{n^2} \frac{1}{x} \, dx$ e (c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_n^{n+\sqrt{n}} \frac{1}{x} \, dx$; trovare (a_n) e (b_n) che tendano a $+\infty$ e tali che:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{a_n}^{b_n} \frac{1}{x} \, dx = 51$$

14) Come succede nel problema (13) se la funzione integranda è $\frac{1}{x^2}$ invece che $\frac{1}{x}$?

15) Dire quali sono le $f \in C([0, +\infty))$ tali che, comunque si prenda $\lambda \in \mathbb{R}$, è sempre possibile trovare due successioni (a_n) e (b_n) che tendano a $+\infty$ e tali che $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{a_n}^{b_n} f(x) \, dx = \lambda$.