

Analisi Matematica 1 - Lista n. 26

Studio della Convergenza di Integrali Impropri

Titolo nota

www.problemisvolti.it

Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri:

$$1) \int_1^{+\infty} \left(\frac{100}{1+x^2} \right)^x dx$$

$$2) \int_1^{+\infty} \sin \sqrt{x} dx$$

$$3) \int_2^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x dx$$

$$4) \int_2^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^{x^2} dx$$

$$5) \int_0^1 \frac{e^x - \cos x}{\tan x - \sin x} dx$$

$$6) \int_0^{+\infty} \frac{1}{\ln(1+x^x)} dx$$

$$7) \int_0^{+\infty} \ln(1+x^{-x}) dx$$

$$8) \int_{-\infty}^{-2} \frac{x^2+5x+8}{x^6-1} dx$$

$$9) \int_{-\infty}^{-1} \frac{x^2+5x+8}{x^6-1} dx$$

$$10) \int_3^{+\infty} \frac{\sin\left(\sin \frac{1}{x}\right)}{\ln(\ln x)} dx$$

$$11) \int_0^1 \left(\ln(1+e^{-\frac{1}{x}}) + \ln^{-1}(1+e^{\frac{1}{x}}) \right)^{-\frac{1}{2}} dx$$

$$12) \int_1^{+\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^x - e^{\frac{1}{x}} \right) dx$$

$$13) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x \ln(1+x) \ln^2(\ln(2+x))} dx$$

$$14) \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{1+x\sqrt{x}} dx$$

$$15) \int_3^{+\infty} \frac{100 \sin x + \ln(\ln x)}{\sqrt{1+x^2} \cdot (\ln^2 x + \sin(x^2))} dx$$

$$16) \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

$$17) \int_6^{+\infty} \frac{\cos x}{\ln(3+x)} dx$$

$$18) \int_1^{+\infty} \frac{\sin x + \sin \frac{1}{x}}{\ln(2+x)} dx$$

$$19) \int_0^{+\infty} |\sin(\sin x)|^x dx$$

$$20) \int_0^{+\infty} \left(\frac{15 + \sin x}{17 + \cos x} \right)^x dx$$

$$21) \int_0^{+\infty} \left(\frac{16 + \sin x}{17 + \cos x} \right)^x dx$$

$$22) \int_0^{+\infty} x \sin(x^4) dx$$

$$23) \int_0^{+\infty} |\sin x|^{x^3} dx$$

$$24) \int_0^{+\infty} |\sin x|^{x^2} dx$$

Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri al variare dei valori dei parametri a fianco indicati e, se richiesto, calcolarli per particolari valori del parametro.

25) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = 2$.

26) $\int_1^{+\infty} \frac{\arctan \sqrt{x}}{x^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = \frac{3}{2}$

27) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan \sqrt{x}}{x^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$

28) $\int_0^1 \frac{\ln x}{|x-1|^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = \frac{3}{2}$

29) $\int_1^2 \frac{\ln(x^\alpha)}{(x-1)^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = \frac{3}{2}$

30) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{4x^{\frac{\alpha}{4}} + x^{\frac{5}{\alpha}}} dx$ Studiare per $\alpha > 0$, calcolare per $\alpha = 2$.

31) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x - \arctan x}{|x|^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha > 0$, calcolare per $\alpha = \frac{7}{2}$.

32) $\int_{e^e}^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha (\ln x)^\beta (\ln(\ln x))^\gamma} dx$ Studiare per $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = \beta = 1, \gamma = 2$

33) $\int_{2\alpha}^{+\infty} \left(1 - \frac{\alpha}{x}\right)^{x \ln x} dx$ Studiare per $\alpha > 0$.

34) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha > 0$.

35) $\int_0^{+\infty} \sin(x^\alpha) dx$ Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$.

36) $\int_0^{+\infty} |\sin \sqrt{x}|^{2\alpha} dx$ Studiare per $\alpha > 0$