

Analisi Matematica 1 - Lista n. 31

Studio del carattere di Serie a Termini di segno qualsiasi

Titolo nota

www.problemisvolti.it

Studiare convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie:

$$1) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \tan \frac{1}{n}$$

$$2) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sin n}$$

$$3) \sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \ln n$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n + \sin n}$$

$$5) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 4n + 8}{n^3 + 2n^2 + 7n}$$

$$6) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)}{n}$$

$$7) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n + e^{-n}}$$

$$8) \sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\pi n + \frac{1}{n^2}\right)$$

$$9) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{n \ln n + 1}$$

$$10) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(e^{\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}} - 1\right)$$

$$11) \sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[n]{n}}\right)$$

$$12) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n + (-1)^n n}$$

$$13) \sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\pi n^2 + \frac{1}{n}\right)$$

$$14) \sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\pi \cdot n! + \frac{1}{n}\right)$$

$$15) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{2} \cdot \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{4}\right)}{n^2 + (-1)^n}$$

$$16) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + \sin n}$$

$$17) \sum_{n=2}^{+\infty} \ln\left(\frac{n^2 + 2 \cdot (-1)^n}{n^2 + 1}\right)$$

$$18) \sum_{n=2}^{+\infty} \ln\left(\frac{n + 2 \cdot (-1)^n}{n + 1}\right)$$

$$19) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(e^{-\frac{2}{\sqrt{n}}} - \cos \frac{2}{\sqrt[n]{n}}\right)$$

$$20) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sin \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} - \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} \cdot \cos \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[n]{n}}\right)$$

$$21) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(2 \cdot e^{\frac{1}{\sqrt[n]{n}}} - 2 \cdot \cos \frac{1}{\sqrt[n]{n}} + \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt[n]{n}}\right)\right)$$

$$22) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(2 \cdot e^{\frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}} - 2 \cdot \cos \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} + \ln\left(1 - 2 \cdot \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}\right)\right)$$

$$23) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(\pi \cdot \log_3 n)}{n}$$

$$24) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n}$$

Studiare, al variare di $a > 0$, convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie:

$$25) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n} \right)^a$$

$$26) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^a + 1} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$$

$$27) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot (\ln n)^a} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$$

$$28) \sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^{an}}{n^n \cdot \ln n}$$

$$29) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^{an} \sin \frac{1}{(n+100)!}$$

$$30) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1 + (-1 - \frac{1}{n})^n \cdot n^a}$$

$$31) \sum_{n=\lfloor a \rfloor + 1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + a \sin n}$$

$$32) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{(-1)^n}{n^a}} - 1 \right)$$

$$33) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^a + \cos(n\pi)}$$

$$34) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^a + \cos n}$$

Data $f(x) = 2 \arctan x + \ln(1-2x) + 2x^2$, studiare, al variare di $a > 0$, convergenza semplice e assoluta delle serie:

$$35) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n f\left(\frac{1}{n^a}\right)$$

$$36) \sum_{n=1}^{+\infty} f\left(\frac{(-1)^n}{n^a}\right)$$

Data $f(x) = \sin(2x) + 2 \ln(1-x) + x^2$, studiare, al variare di $a > 0$, convergenza semplice e assoluta delle serie:

$$35) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n f\left(\frac{1}{n^a}\right)$$

$$36) \sum_{n=1}^{+\infty} f\left(\frac{(-1)^n}{n^a}\right)$$

Per ogni $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ definiamo $a_n = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt[n]{n}} & \text{se } n \text{ è un quadrato perfetto} \\ -\frac{1}{\lfloor \sqrt{n} \rfloor^{\frac{5}{3}}} & \text{altrimenti} \end{cases}$
studiare convergenza semplice e assoluta di:

$$37) \sum_{n=1}^{+\infty} a_n$$

$$38) \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n)^2$$

$$39) \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n)^3$$

$$40) \sum_{n=1}^{+\infty} \arctan(a_n)$$