

Limiti di Funzioni

lista **E3**38 problemi assegnati
nelle prove d'esame

Nota. Lo studente ricordi che questi quesiti sono stati assegnati nelle prove d'esame, cioè a fine corso. Ciò significa che potrebbero richiedere anche la conoscenza di argomenti che a questo punto del corso non sono ancora noti. Tuttavia, tutte le volte in cui ciò accade lo segnaleremo.

A.A. 2014/2015

1. [26 Novembre 2014 - **I Esonero** - fila **A**] Date le funzioni $f(x) = e^{x^2 + \sin x} - 1$ e $g(x) = e^{x + \sin x^2} - 1$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

2. [26 Novembre 2014 - **I Esonero** - fila **B**] Date le funzioni $f(x) = \ln(x + e^x)$ e $g(x) = \ln(1 + x^2)$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

3. [26 Novembre 2014 - **I Esonero** - fila **C**] Date le funzioni $f(x) = \sqrt{1+x} - 1$ e $g(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

4. [26 Novembre 2014 - **I Esonero** - fila **D**] Date le funzioni $f(x) = 3^x - 1$ e $g(x) = \sqrt{3 + 3^x} - 2$ confrontarne l'ordine di infinito per $x \rightarrow +\infty$ e l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

5. [26 Novembre 2014 - **I Esonero** - fila **A**] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^2}{\sin(\sin(\sin(\sin x)))}$.

6. [26 Novembre 2014 - **I Esonero** - fila **B**] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^4 x}{1 - \cos(\sin x^2)}$.

7. [26 Novembre 2014 - **I Esonero** - fila **C**] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4 x}{\ln(\cos x)}$.

8. [26 Novembre 2014 - **I Esonero** - fila **D**] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^6}{\ln(1 + \tan^3 x^2)}$.

9. [19 Febbraio 2015 - **II Appello Invernale** - fila **A**] Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1+n^2} - 1 \right) \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} - 1 \right), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\sqrt{1+x^2} - 1 \right) \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 1 \right).$$

10. [19 Febbraio 2015 - **II Appello Invernale** - fila **B**] Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln(1+n^2) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(1+x^2) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right).$$

11. [19 Febbraio 2015 - **II Appello Invernale** - fila **C**] Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{1}{n^2}} - 1 \right) \cdot \sin^2 n, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(e^{\frac{1}{x^2}} - 1 \right) \cdot \sin^2 x.$$

12. [19 Febbraio 2015 - II Appello Invernale - fila D] Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right) \cdot \ln(1 + n^n), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right) \cdot \ln(1 + x^x).$$

13. [22 Settembre 2015 - II Appello Autunnale - fila A] Confrontare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$ delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \sqrt[8]{1+2x} - \sqrt[4]{1+x^2} \quad g(x) = \frac{1}{\ln x} \quad h(x) = (\sqrt{x})^{\frac{1}{\sqrt{x}}}.$$

A.A. 2015/2016

14. [4 Dicembre 2015 - I Esonero - fila A] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - e^x}{\ln(1 + \tan x)}$.

15. [4 Dicembre 2015 - I Esonero - fila B] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\ln(\cos x)) - 1}{\sin x^2 \cdot \sin^2 x}$.

16. [4 Dicembre 2015 - I Esonero - fila C] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x^2}{\sqrt{1+4x} - 1}$.

17. [4 Dicembre 2015 - I Esonero - fila D] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\ln(1+x+\sin x)}$.

18. [4 Febbraio 2016 - I Appello Invernale - fila A] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-2) \sin\left(\ln\left(\frac{x+5}{x+2}\right)\right)$.

19. [4 Febbraio 2016 - I Appello Invernale - fila B] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+5) \arctan\left(\ln\left(\frac{x+3}{x+4}\right)\right)$.

20. [4 Febbraio 2016 - I Appello Invernale - fila C] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+3) \tan\left(\ln\left(\frac{x-2}{x+2}\right)\right)$.

21. [4 Febbraio 2016 - I Appello Invernale - fila D] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right)$.

22. [18 Febbraio 2016 - II Appello Invernale - fila A] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \cdot \left(\sqrt{\frac{x+2016}{x+2015}} - \sqrt{\frac{x+1}{x+8}}\right)$.

23. [18 Febbraio 2016 - II Appello Invernale - fila B] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \cdot \left(\sqrt{\frac{x+2017}{x+2016}} - \sqrt{\frac{x+2}{x+7}}\right)$.

24. [18 Febbraio 2016 - II Appello Invernale - fila C] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \cdot \left(\sqrt{\frac{x+7}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+2015}{x+2016}}\right)$.

25. [18 Febbraio 2016 - II Appello Invernale - fila D] Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \cdot \left(\sqrt{\frac{x+5}{x+2}} - \sqrt{\frac{x+2016}{x+2015}}\right)$.

A.A. 2016/2017

26. [30 Novembre 2016 - I Esonero - fila A] Data $f(x) = x^{2016} + \ln^5(\cos x)$, dire per quali $n \in \mathbf{N}$ si ha $f(x) = o(x^n)$ per $x \rightarrow 0$.

- 27.** [30 Novembre 2016 - **I Esonero** - fila **B**] Data $f(x) = x^{2016} + \ln(\cos^3 x)$, dire per quali $n \in \mathbf{N}$ si ha $f(x) = o(x^n)$ per $x \rightarrow 0$.
- 28.** [30 Novembre 2016 - **I Esonero** - fila **C**] Data $f(x) = x^{2016} + \ln(\cos x^3)$, dire per quali $n \in \mathbf{N}$ si ha $f(x) = o(x^n)$ per $x \rightarrow 0$.
- 29.** [30 Novembre 2016 - **I Esonero** - fila **D**] Data $f(x) = x^{2016} + \ln \sqrt{\cos x}$, dire per quali $n \in \mathbf{N}$ si ha $f(x) = o(x^n)$ per $x \rightarrow 0$.
- 30.** [7 Febbraio 2017 - **I Recupero del I Esonero** - fila **A**] Data $f(x) = e^{\sin \sqrt[3]{x}} - \sqrt{1+x^\alpha}$, dire, al variare di $\alpha > 0$, qual è il suo ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$.
- 31.** [7 Febbraio 2017 - **I Recupero del I Esonero** - fila **B**] Data $f(x) = e^{\sqrt[3]{\sin x}} - \sqrt{1+x^\alpha}$, dire, al variare di $\alpha > 0$, qual è il suo ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$.
- 32.** [7 Febbraio 2017 - **I Recupero del I Esonero** - fila **C**] Data $f(x) = \sqrt[3]{e^{\sin x}} - \sqrt{1+x^\alpha}$, dire, al variare di $\alpha > 0$, qual è il suo ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$.
- 33.** [7 Febbraio 2017 - **I Recupero del I Esonero** - fila **D**] Data $f(x) = \sqrt[3]{e^{\sin x} - \sqrt{1+x^\alpha}}$, dire, al variare di $\alpha > 0$, qual è il suo ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$.
- 34.** [22 Febbraio 2017 - **II Recupero del I Esonero** - file **A, B, C, D**] Confrontare gli ordini di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$ (dicendo, nel caso, anche se sono asintoticamente equivalenti) delle funzioni che seguono:

$$f(x) = (x^3)^x - 1, \quad g(x) = (x^x - 1)^3, \quad h(x) = x^{x^3} - 1.$$

- 35.** [4 Luglio 2017 - **I Appello Estivo** - fila **A**] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos(x^5 + \sin x)}{x^6 + 4x^8}$.
- 36.** [4 Luglio 2017 - **I Appello Estivo** - fila **B**] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x) - \sin(x^5 + \sin x)}{x^6 + 4x^5}$.
- 37.** [15 Settembre 2017 - **II Appello Autunnale** - fila **A**] Calcolare: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3 + \cos x}} - 2}{x^2}$.
- 38.** [15 Settembre 2017 - **II Appello Autunnale** - fila **B**] Calcolare: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5 + \sqrt{16 + \sin(x^2)}} - 3}{x^2}$.