

Analisi Matematica 1 - Lista n. 11

Limiti da fare con O-piccoli ed O-grandi

www.problemisvolti.it

Calcolare (SENZA usare gli sviluppi di TAYLOR) i seguenti limiti:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \cos x}{x^2} = 1$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x+\sin x} - \cos \sqrt{x}}{x} = \frac{5}{2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) + \ln^2(1-x)}{x^2} = 2$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - \cos(x^2) + \ln(1+x^6)}{\tan x - \sin x} = 2$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) + \ln(1-x)}{x^2} = -1$$

$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{\frac{x+2}{x+1}} - \sqrt[4]{\frac{x+5}{x+3}}}{\ln(x+11) - \ln(x+7)} = -\frac{1}{24}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + e^x}{\ln(1+x^2) + x^2} = 1$$

$$8) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1+e^x) + \ln(1+e^{-x})}{\sqrt{1+x^2} - x} = \frac{1}{2}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\sin \frac{1}{x^2}\right) + \left|\sin(\sin x)\right|^x}{\ln\left(\cos \frac{1}{x}\right)} = -2$$

$$10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x^x) + |x|^{\sin(\sin x)}}{x + \arctan x} = 0$$

$$11) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - x^{\cos \frac{1}{\sqrt{x}}} - \ln x}{\ln(3 + \sqrt{x})} = -1$$

$$12) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{\frac{\pi}{2}} - x^{\arctan x} - \ln(1+x^{\sqrt{x}})}{\sqrt{x}} = +\infty$$

Ricordando il limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{2}$ dimostrare che per $x \rightarrow 0$ si ha:

$$13) \tan x = x + O(x^3)$$

$$14) \sin x = x + O(x^3)$$

$$15) \arctan x = x + O(x^3)$$

Usando, se necessario (13), (14) e (15), calcolare i seguenti limiti:

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2 - \sin^2 x}{x^3} = 0$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^3) - (\arctan x)^3}{x^4} = 0$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+x^2) - \sin x}{x^2} = 1$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x+x^2) - \tan x}{x^2} = 1$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+x^3) - \sin x}{x^3} = 1$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x+x^3) - \tan x}{x^3} = 1$$