

Analisi Matematica 1 - Lista n. 26

Studio della Convergenza di Integrali Impropri

Titolo nota

www.problemisvolti.it

Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri:

1) $\int_1^{+\infty} \left(\frac{100}{1+x^2}\right)^x dx$ **converge**

2) $\int_1^{+\infty} \sin \sqrt{x} dx$ **indeterminato**

3) $\int_2^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x dx$ **diverge**

4) $\int_2^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{x^2} dx$ **converge**

5) $\int_0^1 \frac{e^x - \cos x}{\tan x - \sin x} dx$ **diverge**

6) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\ln(1+x^x)} dx$ **diverge**

7) $\int_0^{+\infty} \ln(1+x^{-x}) dx$ **converge**

8) $\int_{-\infty}^{-2} \frac{x^2+5x+8}{x^6-1} dx$ **converge**

9) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{x^2+5x+8}{x^6-1} dx$ **diverge**

10) $\int_3^{+\infty} \frac{\sin\left(\sin \frac{1}{x}\right)}{\ln(\ln x)} dx$ **diverge**

11) $\int_0^1 \left(\ln(1+e^{-\frac{1}{x}}) + \ln(1+e^{\frac{1}{x}})\right)^{\frac{1}{2}} dx$ **converge**

12) $\int_1^{+\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x - e^{\frac{1}{x}}\right) dx$ **converge**

13) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x \ln(1+x) \ln^2(\ln(2+x))} dx$ **converge**

14) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{1+x\sqrt{x}} dx$ **converge**

15) $\int_3^{+\infty} \frac{100 \sin x + \ln(\ln x)}{\sqrt{1+x^2} \cdot (\ln^2 x + \sin(x^4))} dx$ **converge**

16) $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ **converge**

17) $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{\ln(3+x)} dx$ **converge**

18) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x + \sin \frac{1}{x}}{\ln(2+x)} dx$ **diverge**

19) $\int_0^{+\infty} |\sin(\sin x)|^x dx$ **converge**

20) $\int_0^{+\infty} \left(\frac{15 + \sin x}{17 + \cos x}\right)^x dx$ **converge**

21) $\int_0^{+\infty} \left(\frac{16 + \sin x}{17 + \cos x}\right)^x dx$ **diverge**

22) $\int_0^{+\infty} x \sin(x^4) dx$ **converge**

23) $\int_0^{+\infty} |\sin x|^{x^3} dx$ **converge**

24) $\int_0^{+\infty} |\sin x|^{x^2} dx$ **diverge**

Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri al variare dei valori dei parametri a fianco indicati e, se richiesto, calcolarli per particolari valori del parametro.

25) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^\alpha} dx$ [Converge per $\alpha > 1$; per $\alpha = 2$ vale $\frac{\pi^2}{8}$]
 Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = 2$.

26) $\int_1^{+\infty} \frac{\arctan \sqrt{x}}{x^\alpha} dx$ [Converge per $\alpha > 1$; per $\alpha = \frac{3}{2}$ vale $\frac{\pi}{2} + \ln 2$]
 Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = \frac{3}{2}$

27) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan \sqrt{x}}{x^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$ [Converge per $1 < \alpha < \frac{3}{2}$]

28) $\int_0^1 \frac{\ln x}{|x-1|^\alpha} dx$ [Converge per $\alpha < 2$; per $\alpha = \frac{3}{2}$ vale $-4 \ln 2$]
 Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = \frac{3}{2}$

29) $\int_1^2 \frac{\ln(x^\alpha)}{(x-1)^\alpha} dx$ [Converge per $\alpha < 2$; per $\alpha = \frac{3}{2}$ vale $-3 \ln 2 + \frac{3}{2} \pi$]
 Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = \frac{3}{2}$

30) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{4x^{\frac{\alpha}{4}} + x^{\frac{5}{\alpha}}} dx$ [Converge per $0 < \alpha < 4$ e per $\alpha > 5$; per $\alpha = 2$ vale $\frac{\pi}{4}$]
 Studiare per $\alpha > 0$, calcolare per $\alpha = 2$.

31) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x - \arctan x}{|x|^\alpha} dx$ [Converge per $1 < \alpha < 4$; per $\alpha = \frac{7}{2}$ vale 0]
 Studiare per $\alpha > 0$, calcolare per $\alpha = \frac{7}{2}$.

32) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha (\ln x)^\beta (\ln(\ln x))^\gamma} dx$ [Converge nei seguenti 3 casi: 1) $\alpha > 1, \beta, \gamma$ qualsiasi; 2) $\alpha = 1, \beta > 1, \gamma$ qualsiasi; 3) $\alpha = \beta = 1, \gamma > 1$]
 Studiare per $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, calcolare per $\alpha = \beta = 1, \gamma = 2$ NEL CASO RICHIESTO VALE 1

33) $\int_{2\alpha}^{+\infty} \left(1 - \frac{\alpha}{x}\right)^{x \ln x} dx$ Studiare per $\alpha > 0$. [Converge per $\alpha > 1$]

34) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha > 0$. [Converge per $\alpha > 0$]

35) $\int_0^{+\infty} \sin(x^\alpha) dx$ Studiare per $\alpha \in \mathbb{R}$. [Converge per $|\alpha| > 1$]

36) $\int_0^{+\infty} |\sin \sqrt{x}|^{x^\alpha} dx$ Studiare per $\alpha > 0$ [Converge per $\alpha > 2$]