

# Analisi Matematica 1 - Lista n. 31

Studio del carattere di Serie a Termini di segno qualsiasi

Titolo nota

[www.problemisvolti.it](http://www.problemisvolti.it)

Studiare convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie:

1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \tan \frac{1}{n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sin n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

3)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n \ln n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n + \sin n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 4n + 8}{n^3 + 2n^2 + 7n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

6)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)}{n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

7)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n + e^{-n}}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

8)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\pi n + \frac{1}{n^2}\right)$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: SI

9)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{n \ln n + 1}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

10)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(e^{\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}} - 1\right)$  SEMPLICE: NO  
ASSOLUTA: NO

11)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[n]{n}}\right)$  SEMPLICE: NO  
ASSOLUTA: NO

12)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n + (-1)^n n}$  SEMPLICE: NO  
ASSOLUTA: NO

13)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\pi n^2 + \frac{1}{n}\right)$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

14)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\pi \cdot n! + \frac{1}{n}\right)$  SEMPLICE: NO  
ASSOLUTA: NO

15)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{2} \cdot \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{4}\right)}{n^2 + (-1)^n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

16)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + \sin n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

17)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \ln\left(\frac{n^2 + 2 \cdot (-1)^n}{n^2 + 1}\right)$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: SI

18)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \ln\left(\frac{n + 2 \cdot (-1)^n}{n + 1}\right)$  SEMPLICE: NO  
ASSOLUTA: NO

19)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(e^{-\frac{2}{\sqrt{n}}} - \cos \frac{2}{\sqrt[n]{n}}\right)$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

20)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sin \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} - \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} \cdot \cos \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}\right)$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

21)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(2e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 2\cos \frac{1}{\sqrt[n]{n}} + \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt[n]{n}}\right)\right)$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

22)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(2e^{\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}} - 2\cos \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} + \ln\left(1 - 2 \cdot \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}\right)\right)$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

23)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(\pi \cdot \log_3 n)}{n}$  SEMPLICE: NO  
ASSOLUTA: NO

24)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n}$  SEMPLICE: SI  
ASSOLUTA: NO

Studiare, al variare di  $a > 0$ , convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie:

25)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left( \frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n} \right)^a$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > 0$   
ASSOLUTA PER  $a > \frac{1}{3}$

26)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^a + 1} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > 0$   
ASSOLUTA PER  $a > 1$

27)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot (\ln n)^a} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > 0$   
ASSOLUTA PER  $a > 1$

28)  $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^{an}}{n^n \ln n}$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $0 < a < 1$   
ASSOLUTA PER  $0 < a < 1$

29)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^{an} \sin \frac{1}{(n+100)!}$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $0 < a < 1$   
ASSOLUTA PER  $0 < a < 1$

30)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1 + (-1 - \frac{1}{n})^n \cdot n^a}$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > \frac{1}{2}$   
ASSOLUTA PER  $a > 1$

31)  $\sum_{n=[a]+1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + a \sin n}$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > 0$   
ASSOLUTA MAI

32)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \sqrt{1 + \frac{(-1)^n}{n^a}} - 1 \right)$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > \frac{1}{2}$   
ASSOLUTA PER  $a > 1$

33)  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^a + \cos(n\pi)}$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > \frac{1}{2}$   
ASSOLUTA PER  $a > 1$

34)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^a + \cos n}$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > 0$   
ASSOLUTA PER  $a > 1$

Data  $f(x) = 2 \arctan x + \ln(1-2x) + 2x^2$ , studiare, al variare di  $a > 0$ , convergenza semplice e assoluta delle serie:

35)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n f\left(\frac{1}{n^a}\right)$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > 0$   
ASSOLUTA PER  $a > \frac{1}{3}$

36)  $\sum_{n=1}^{+\infty} f\left(\frac{(-1)^n}{n^a}\right)$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > \frac{1}{3}$   
ASSOLUTA PER  $a > \frac{1}{3}$

Data  $f(x) = \sin(2x) + 2 \ln(1-x) + x^2$ , studiare, al variare di  $a > 0$ , convergenza semplice e assoluta delle serie:

37)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n f\left(\frac{1}{n^a}\right)$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > 0$   
ASSOLUTA PER  $a > \frac{1}{3}$

38)  $\sum_{n=1}^{+\infty} f\left(\frac{(-1)^n}{n^a}\right)$  CONVERGENZA  
SEMPLICE PER  $a > \frac{1}{3}$   
ASSOLUTA PER  $a > \frac{1}{3}$

Per ogni  $n \in \mathbb{N} - \{0\}$  definiamo  $a_n = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt[n]{n}} & \text{se } n \text{ è un quadrato perfetto} \\ -\frac{1}{[\sqrt{n}]^{\frac{1}{3}}} & \text{altrimenti} \end{cases}$   
studiare convergenza semplice e assoluta di:

39)  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  CONVERGE

40)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n)^2$  DIVERGE A  $+\infty$

41)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n)^3$  DIVERGE A  $+\infty$

42)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \arctan(a_n)$  DIVERGE A  $-\infty$