

Risposte lista E1 - Prerequisiti e Topologia

Nota. [15 settembre 2017] I seguenti risultati sono già stati ricontrollati, se tuttavia ci fosse ancora qualche errore, vi sarò grato se me lo segnalerete all'indirizzo: callegar@mat.uniroma2.it

- 1.** Le risposte corrette sono: $\inf A = -1$, $\min A$ non esiste, $\sup A = \max A = 1$, $\partial A = [-1, 0] \cup \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$ e $\partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{-1, 0\} \cup \left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$.
Per la parte facoltativa la risposta è no: per dimostrarlo fare prima vedere che la frontiera è sempre un insieme chiuso, dopodiché mostrare che per ogni insieme chiuso C si ha sempre $\partial(\partial C) = \partial C$.
- 2.** Le risposte corrette sono: $\inf A = \min A = -1$, $\sup A = 2$, $\max A$ non esiste, $\partial A = [0, 2] \cup \left\{ -\frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$ e $\partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{0, 2\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$.
La parte facoltativa è identica a quella del problema 1.
- 3.** Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\sup A = 4$, $\min A$ e $\max A$ non esistono, $\partial A = [1, 4] \cup \{0\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$ e $\partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{0, 1, 4\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbf{N} - \{0\} \right\}$.
La parte facoltativa è identica a quella del problema 1.
- 4.** Le risposte corrette sono: $\inf A = -1$, $\sup A = 2$, $\min A$ e $\max A$ non esistono, $\partial A = [-1, 1] \cup \{2\} \cup \left\{ 2 - \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$ e $\partial(\partial(\partial A)) = \partial(\partial A) = \{-1, 1, 2\} \cup \left\{ 2 - \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$.
La parte facoltativa è identica a quella del problema 1.
- 5.** Le risposte corrette sono: $\overset{\circ}{A} = \emptyset$, $\partial A = [2014, 2015] \cup \{2016\}$, $\text{esterno}(A) = (-\infty, 2014) \cup (2015, 2016) \cup (2016, +\infty)$ e $DA = [2014, 2015]$.
- 6.** Le risposte corrette sono: $\overset{\circ}{A} = \emptyset$, $\partial A = \{2014\} \cup [2015, 2016]$, $\text{esterno}(A) = (-\infty, 2014) \cup (2014, 2015) \cup (2016, +\infty)$ e $DA = [2015, 2016]$.
- 7.** Le risposte corrette sono: $\overset{\circ}{A} = \emptyset$, $\partial A = (-\infty, 2014] \cup \{2015\} \cup [2016, +\infty)$, $\text{esterno}(A) = (2014, 2015) \cup (2015, 2016)$ e $DA = (-\infty, 2014] \cup [2016, +\infty)$.
- 8.** Le risposte corrette sono: $\overset{\circ}{A} = \emptyset$, $\partial A = [2014, 2015] \cup \{2016\}$, $\text{esterno}(A) = (-\infty, 2014) \cup (2015, 2016) \cup (2016, +\infty)$ e $DA = [2014, 2015]$.
- 9.** Le risposte corrette sono: $\inf A = \min A = \frac{1}{4}$, $\sup A = \frac{1}{e}$ e $\max A$ non esiste.
- 10.** Le risposte corrette sono: $\inf A = \frac{1}{e}$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = \frac{1}{2}$.
- 11.** Le risposte corrette sono: $\inf A = \min A = 2$, $\sup A = e$ e $\max A$ non esiste.
- 12.** Le risposte corrette sono: $\inf A = e$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 4$.
- 13.** Le risposte corrette sono: $\overset{\circ}{A} = \mathbf{Z}^c$, $\partial A = \mathbf{Z}$, $\text{esterno}(A) = \emptyset$ e $DA = \mathbf{R}$.
- 14.** Le risposte corrette sono: $\overset{\circ}{A} = (1, +\infty)$, $\partial A = [-1, 1]$, $\text{esterno}(A) = (-\infty, -1)$ e $DA = [-1, +\infty)$.
- 15.** Le risposte corrette sono: $\inf B = 0$, $\min B$ non esiste, $\sup B = \max B = 4$, $\partial B = [0, 1]$ e $\partial(\partial B) = \{0, 1\}$.

16. Le risposte corrette sono: $\inf B = \min B = 3$, $\sup B = +\infty$, $\max B$ non esiste, $\partial B = [3, +\infty)$ e $\partial(\partial B) = \{3\}$.

17. Le risposte corrette sono: $\inf B = -\infty$, $\min B$ non esiste, $\sup B = -3$, $\max B$ non esiste, $\partial B = (-\infty, -3]$ e $\partial(\partial B) = \{-3\}$.

18. Le risposte corrette sono: $\inf B = -1$, $\min B$ non esiste, $\sup B = 0$, $\max B$ non esiste, $\partial B = [-1, 0]$ e $\partial(\partial B) = \{-1, 0\}$.

19. Per il punto (a) la risposta corretta è: $f(f(x))$ è identicamente nulla.
Per il punto (b) basta prendere $f(x) = \frac{|x-1| + 2015 - |x-2016|}{2}$.

20. Per il punto (a) basta osservare che $\sqrt{k+1} - \sqrt{k} = \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}} \rightarrow 0$ decrescendo.
Per il punto (b), dopo aver preso $n_0 \in \mathbf{N}$ tale che $\sqrt{n_0+1} - \sqrt{n_0} < (b-a)$, si prende come k_0 il più piccolo $k \in \mathbf{N}$ tale che $\sqrt{n_0+k} - \sqrt{n_0} > a$ e si dimostra che $\sqrt{n_0+k_0} - \sqrt{n_0} < b$.

21. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 4$.

22. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 1$.

23. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 3$.

24. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 2$.

25. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 2$.

26. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 4$.

27. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 1$.

28. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\min A$ non esiste e $\sup A = \max A = 5$.

29. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\sup A = +\infty$, $\min A$ e $\max A$ non esistono.

30. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\sup A = +\infty$, $\min A$ e $\max A$ non esistono.

31. Le risposte corrette sono: $\inf A = 0$, $\sup A = +\infty$, $\min A$ e $\max A$ non esistono.

32. Le risposte corrette sono: $\inf A = -\infty$, $\sup A = 0$, $\min A$ e $\max A$ non esistono.