

ESERCIZI SULLA DIFFERENZIABILITÀ IN \mathbb{R}^2

Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità in $(0,0)$ della funzione che in $(0,0)$ vale 0 e per $(x,y) \neq (0,0)$ è definita da:

1) $\frac{x^2 y^3}{x^4 + y^4}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

2) $\frac{x^3 y^7}{x^8 + y^8}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	SI

3) $\frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^4}$

CONTINUA	NO
DERIVABILE	NO
DIFFERENZIABILE	NO

4) $\frac{x^2 y + x y^2}{x^2 + y^2}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

5) $\frac{x^9 - y^9}{x^8 + y^8}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

6) $\frac{x^5 + x y^4 + y^5}{x^4 + 2 y^4}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

7) $\frac{x^8 + x^3 y^7}{x^6 + y^6} + x + y$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	SI

8) $\frac{-3x^2 y^2 + 2x^2 y}{x^2 + 2y^2 - 4x^6 y^6}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

9) $\frac{x y^3}{x^4 + y^2}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	SI

10) $\frac{x^7 y^5}{x^{14} + y^8}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	SI

11) $\frac{x^2 y^8}{x^4 + y^{14}}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

12) $\frac{x y^3 - x^3 y}{x^2 + y^4}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

13) $\frac{x^5 y^{12}}{x^8 + y^{24}}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	SI

14) $\frac{x^{32} y^9}{x^{48} + y^{12}}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	SI

15) $\frac{x^{33} y^4}{x^{48} + y^{12}}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

16) $\frac{x^4 + 2y^4}{x^2 + y^2 - xy}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	SI

17) $\frac{x^3 y^3}{(x^2 + y^4)(x^6 + y^2)}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	SI

18) $\frac{x^4 y^2}{(x^2 + |y|)(|x|^{1/5} + |y|^{1/3})}$

CONTINUA	SI
DERIVABILE	SI
DIFFERENZIABILE	NO

Dire a quali punti della frontiera del loro dominio è possibile estendere in modo differenziabile e/o continuo le seguenti funzioni:

19) $\frac{x^3 y^2}{x^6 + x^4 y + |y|^3}$

IL DOMINIO È $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$. PONENDO $f(0,0) = 0$ SI OTTIENE UNA FUNZIONE CHE IN $(0,0)$ È CONTINUA E DERIVABILE, MA NON DIFFERENZIABILE.
--

20) $\frac{\sin x - \sin y}{x - y}$

DOMINIO = $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq y\}$. SE PER OGNI $t \in \mathbb{R}$ PONIAMO $f(t,t) = \cos t$, OTTENIAMO UNA FUNZIONE DIFFERENZIABILE SU TUTTO \mathbb{R}^2 .
--