

LIMITI DI FUNZIONI IN DUE VARIABILI

(II^a PARTE)

Risposte:

$$1) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 + y^2} = 0$$

$$2) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$$

$$3) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + y^2} = +\infty$$

$$4) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x+y}{x^2+y^2} = 0$$

$$5) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{xy}{x^2+y^2} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$6) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{1}{|x|+|y|} = 0$$

$$7) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{1}{|x+y|} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$8) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2+y^2}{x^4+y^4+xy} = 0$$

$$9) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2+y^2}{|x^5|+|y^5|} = 0$$

$$10) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2+y^2}{|x^5+y^5|} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$11) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} (x^2+y^2+xy) = +\infty$$

$$12) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} (x^2+y^2+2xy) \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$13) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^6+y^6}{x^2+y^4} = +\infty$$

$$14) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2 - xy + y^4}{x^2 + y^4} = 1$$

$$15) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2 - xy^2 + y^4}{x^2 + y^4} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$16) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{xy}{1 + x^2y^2} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

Risposte

$$17) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{xy} = 1$$

$$18) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{xy + x^2y^2} = 1$$

$$19) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{x^2 + y^2} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$20) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(\cos(x^2+y^4))}{x^2+y^4} = 0$$

$$21) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(\cos(xy))}{x^2 + y^4} = 0$$

$$22) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(\cos(x^2 + y^2))}{xy} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$23) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - 2|x| + |y|}{x^2 + |y|} = 1$$

$$24) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{|x|+|y|} - \sqrt{|xy|}}{x^2 + |y| - \sin xy} = +\infty$$

$$25) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + y \cdot \sqrt[3]{y}}{x^2 + |y| + y(y+y)} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$26) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y^6}{\ln(\cos(x^2 + y^6))} = 0$$

$$27) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1}{x^6 + y^6} \cdot \ln\left(\frac{x^6 + y^6 + x^6 y^2}{x^6 + y^6}\right) = 0$$

$$28) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(xy^2)}{x^2 - xy^2 + y^4} = 0$$

$$29) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(xy^2)}{x^2 - xy^2 + y^4} = 0$$

$$30) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy^2)}{x^2 - xy^2 + y^4} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$31) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(xy^2)}{x^2 - 2xy^2 + y^4} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$32) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 + y^6} - 1 + x^3}{x^2 + y^6} = 1$$

$$33) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 - y^6} - 1}{x^2 - y^6} = 1$$

$$34) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 - y^6} - 1 + x^3}{x^2 - y^6} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$35) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^2) + \ln(1+y^2)}{\ln(1+x^2 + y^2)} = 1$$

$$36) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^2) + \ln(1+y^2)}{\ln(1+x^2 + y^2)} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$37) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5 + y^5}{x^3 + y^3} = 0$$

$$38) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^5 + y^5)}{\ln(1+x^3 + y^3)} = 0$$

$$39) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^5) + \ln(1+y^5)}{\ln(1+x^3 + y^3)} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$40) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^8 + y^8}{x^2 y^2 + x^{16} + y^{16}} \quad \boxed{\text{NON ESISTE}}$$

$$41) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x^2 + y^2)^{x^2 + y^2} - 1}{x^2 + y^2} = -\infty$$

$$42) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|xy|^{|xy|} - 1}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$$

43) Data $f(x,y) = x^y$, calcolarne il limite per $(x,y) \rightarrow (0,0)$ (o dimostrare che non esiste), prima considerandola nel suo dominio naturale $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0\}$, poi restringendola all'insieme $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > |y|\}$.
 [Risposta: su K il limite vale 1, su Ω invece non esiste]