

Analisi Matematica (II modulo) - Exe. 9

Titolo nota

15/08/2014

6 maggio 2020 (14.00-16.00) - docente: Prof. Emanuele Callegari - Università di Roma Tor Vergata

NOTA: I PROBLEMI CON L'ASTERISCO SONO PIÙ DIFFICILI

RISOLVERE I SEGUENTI PROB. DI CAUCHY:

1
$$\begin{cases} y' = 2x^3 e^{y-x^2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

2
$$\begin{cases} y' = -y^2 \cos x e^{-\frac{1}{y} + \sin x} \\ y(0) = \frac{1}{\ln 2} \end{cases}$$

3
$$\begin{cases} y' = \frac{\pi \cdot (y^2 - 2y + 2)}{2\sqrt{x}} \\ y\left(\frac{1}{4}\right) = 0 \end{cases}$$

4 (*)
$$\begin{cases} y' = -\frac{(\sqrt[3]{y^2} + 2\sqrt[3]{y})^2}{4x} \\ y(1) = 8 \end{cases}$$

5
$$\begin{cases} y' = 3 \cos^2 x \cdot \sin x \cdot \cos^2 y \\ y(4\pi) = -5\pi \end{cases}$$

6 (*)
$$\begin{cases} y' = 3 \cos^2 x \cdot |\sin x| \cdot \cos^2 y \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

TROVARE TUTTE LE SOLUZIONI DELLE SEGUENTI EQUAZIONI DIFFERENZIALI:

7
$$y' = \frac{x}{y}$$

8
$$y' = y \ln y$$

9
$$y' = e^{-y} \tan x$$

10
$$y' = \frac{xy \ln y^2}{1+x^4}$$

11 (*) SIA $(I, Y(x))$ LA SOLUZIONE MASSIMALE DI

$$\begin{cases} y' = x e^x \sin(y^2 - 4y + 3) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

a TROVARE $\inf_{x \in I} Y(x)$ E $\sup_{x \in I} Y(x)$ (E, SE CI SONO, ANCHE $\max_{x \in I} Y(x)$ E $\min_{x \in I} Y(x)$)

b CALCOLARE $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{Y(x) - 2}{x^2}$

12 (*) DEFINIAMO $F(y) = \begin{cases} -y \ln y & \text{SE } y > 0 \\ 0 & \text{SE } y \leq 0 \end{cases}$ E CONSIDERIAMO IL PR. DI CAUCHY $\begin{cases} y' = F(y) \\ y(0) = 0 \end{cases}$

a MOSTRARE CHE F NON È LIPSCHITZIANA IN ALCUN INTORNO DI 0.

b DIRE, MOTIVANDO LA RISPOSTA, SE IL PR. DI CAUCHY ASSEGNATO HA UNA SOLA SOL. OPPURE NO