

# Analisi Matematica 2

## Sim 7

(Tempo di svolgimento: 3 ore)

(Per le soluzioni partecipare al ricevimento studenti di Lunedì 21/06/2021, ore 17:00)

- 1 CALCOLARE  $\int_0^{+\infty} \frac{2x}{(1+x^2)^2} \arctan x \, dx$
- 2 DATA  $F(x) = \int_0^{x^2} \sin \frac{1}{\sqrt{t^2+t+1}} \, dt$ , DOPO AVERNE DETERMINATO IL DOMINIO STUDIARNE MONOTONIA, SIMMETRIE E TROVARE EVENTUALI ASINTOTI.
- 3 DETERMINARE PER QUALI  $x \in \mathbb{R}$  CONVERGE LA SERIE  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)^{n\sqrt{n}} \cdot x^n$
- 4 DATO IL P. DI CAUCHY  $\begin{cases} y' = -y^2 + \ln(1+e^x) \\ y(0) = \alpha \end{cases}$ 
  - (a) MOSTRARE CHE SE  $\alpha = 0$  LA SOLUZIONE  $y(x)$  È PROLUNGABILE FINO A  $+\infty$ .
  - (b) DIRE SE ESISTE UN DATO INIZIALE  $\alpha$  TALE CHE LA SOL.  $y(x)$  CHE SI OTTIENE, RISULTA DEFINITA SU TUTTO  $\mathbb{R}$  E SEMPRE STRETTAMENTE CRESCENTE.
- 5 SIA DATA L'EQUAZIONE  $\mathcal{L}(y) = e^x$ , DOVE  $\mathcal{L} = D^4 + 13D^2 + 36I$ .
  - (a) TROVARNE LA SOL. GENERALE
  - (b) TROVARNE, SE CI SONO, TUTTE LE SOL. CHE NON INTERSECANO L'ASSE  $x$ .
  - (c) TROVARE UNA SOL. PARTICOLARE DI  $\underbrace{\mathcal{L} \circ \mathcal{L} \circ \dots \circ \mathcal{L}}_{20} (y) = e^x$ .
- 6 DIRE PER QUALI VALORI DEL PARAMETRO  $\alpha > 0$  ESISTE IL LIMITE:  
$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^{20} \cdot y^{18} \cdot |z|^\alpha}{(x^4 + y^{60} + z^{60})(x^{10} + y^6 + z^{60})(x^{60} + y^{60} + z^4)}$$