

COMPITINO N. 5 : PROVA SIMULATA DI II ESONERO

(CONSEGNA NEL TEAM ENTRO GIOVEDÌ 9 GIUGNO, ORE 13:00)

1 RISOLVERE IN \mathbb{C} : a $(2z)^8 = -\frac{(i+\sqrt{3})^{16} \cdot (1+i)^{12}}{64}$

b $\left(\frac{z}{3+4i}\right)^6 = \left(\frac{\bar{z}}{3-4i}\right)^2$

2 STUDIARE IN \mathbb{C} LA CONVERGENZA DI: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\sqrt{n^4+n^2})^{n^2}}{(n^2)^{\sqrt{n^4+n^2}}} \cdot z^n$

3 PER OGNI $(x,y) \in \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ E PER OGNI $\alpha > 0$ DEFINIAMO:

$$f(x,y) = \frac{x^2 |y|^\alpha \arctan(x^2+y^2)}{x^8 + y^8 + x^2 y^6}$$

a TROVARE, AL VARIARE DI $\alpha > 0$, IL $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$.

FACOLTATIVO b DIRE PER QUALI $\alpha > 0$ $f(x,y)$ È LIMITATA:

4 RISOLVERE IL PROB. DI CAUCHY: $\begin{cases} y' = \frac{(e^y-2)e^{x-y}}{e^{x+2}} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$

NEI CASI a $y_0 = \ln 8$ b $y_0 = \ln 2$ c $y_0 = 0$

FACOLTATIVO 5 SIA $y(x)$ LA SOLUZIONE DI $\begin{cases} y' = y^2 - x^2 \\ y(1) = 1 \end{cases}$. MOSTRARE CHE $x=1$ È UN PUNTO DI MASSIMO RELATIVO.