

PROVA SIMULATA SUI NUMERI COMPLESSI

1 DATO $z_0 = \frac{(i - \sqrt{3})^{69}}{(1+i)^{139}}$, TROVARE $\operatorname{Re}(z_0)$ E $\operatorname{Im}(z_0)$.

2 DATO $z_0 = \frac{5^{12} \cdot (3+4i)^{48}}{(2-i)^{12} \cdot (2+11i)^{24}}$ TROVARE:

a) UNA RADICE 12^a DI z_0

b) TUTTE LE RADICI QUARTE DI z_0

3 RISOLVERE IN \mathbb{C} LE SEGUENTI EQUAZIONI:

a) $z^4 = z^2 + 2$

b) $z^4 = |z|^2 + 2$

c) $(2z)^8 = -\frac{(i+\sqrt{3})^{16} \cdot (1+i)^{12}}{64}$

d) $\left(\frac{z}{3+4i}\right)^6 = \left(\frac{\bar{z}}{3-4i}\right)^2$

4 DEL POLINOMIO $p(z)$ SAPPIAMO CHE:

(FACOLTATIVO)

a) I COEFFICIENTI SONO TUTTI INTERI,

b) È DIVISIBILE PER $q(z) = z^2 + z + 1$,

c) SE z_0 È SOLUZIONE DI $p(z) = 0$ ALLORA ANCHE iz_0 LO È.

QUAL È IL MINIMO GRADO CHE PUÒ AVERE $p(z)$?

5 TROVARE LA FRONTIERA DELL'INSIEME $A = \left\{ \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{5}i\right)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

(FACOLTATIVO)