

INTEGRALE DI RIEMANN ESERCIZI DI CALCOLO

INDICE PROVVISORIO:

LISTA 19/20 (CON RISULTATI)	PAG. 2
LISTA 1 22/23 (PARTI E SOSTITUZ.)	PAG. 3
LISTA 2 22/23 (INT. F. RAZIONALI)	PAG. 5

Analisi Matematica 1 - Lista n. 24

Calcolo di Integrali Definiti

Titolo nota

www.problemisvolti.it

Calcolare i seguenti integrali:

- 1) $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{4x} (16x+60) dx = 15e^{-14}$ 2) $\int_{\frac{2}{7}}^1 \sqrt{21x-5} dx = 2$
- 3) $\int_{-6}^{-\frac{11}{2}} 16(3x+17)^5 dx = -\frac{7}{8}$ 4) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x)^7} dx = \frac{7}{6}$
- 5) $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{4}{x\sqrt{17+\ln(x^8)}} dx = 2$ 6) $\int_0^1 (2x^7 - x^3) \arctan(x^2) dx = \frac{5}{12} - \frac{\pi}{8}$
- 7) $\int_0^1 x^2 \cdot (5 + 6 \ln(1+x)) dx = 4 \ln 2$ 8) $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt[5]{x}}}{15} dx = 3e^{-8}$
- 9) $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{12x^2+1}{4\sqrt[4]{1+x+4x^3}} dx = \frac{7}{3}$ 10) $\int_{-1}^1 \frac{(3\pi + 4 \arctan x)^3}{\pi^4 (1+x^2)} dx = 15$
- 11) $\int_e^{e^2} \frac{6(\ln x)^3 - 15 \ln x + \log_2 e}{x \ln x} dx = 0$ 12) $\int_1^{27} \frac{3x + \ln(x^{10})}{90\sqrt[3]{x^2}} dx = 3 \ln 3$
- 13) $\int_{-\pi}^{\pi} (2x^7 + \frac{x^2}{2} - 5x) \cos x dx = -2\pi$ 14) $\int_6^{11} \frac{20}{x^2 - 12x + 61} dx = \pi$
- 15) $\int_{\sqrt{3}-1}^2 \frac{x + 6\sqrt{3} + 1}{x^2 + 2x + 4} dx = \frac{\pi + \ln 2}{2}$ 16) $\int_{-1}^2 \frac{5x^2 + 3x - 28}{(x-5)(x+2)(x+3)} dx = \ln 10$
- 17) $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}+1}}^2 \frac{36x - 48}{(3x^2 - 6x + 4)^2} dx = (1 - \frac{\pi}{6})\sqrt{3}$ 18) $\int_{-2}^2 \frac{2|x| - x}{4} dx = 2$
- 19) $\int_{-1}^4 e^{|x-2|} - e^{2-x} dx = (e - \frac{1}{e})^2$ 20) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{6 \cos x - 6 \cos^3 x + 4 \sin 2x}{\cos^2 x - 6 \sin^3 x} dx = \ln 3 - \frac{\pi}{\sqrt{2}}$
- 21) $\int_{-1}^0 (3x^2 + 4x + 1) \ln(x+2)^3 \arctan x dx = \frac{7}{9} + \pi - 7 \ln 2$ 22) $\int_0^{15} \frac{36}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+49}} dx = 53$
- 23) $\int_0^1 (x^{24} + 12x^{23}) e^{2x-2} dx = \frac{1}{2}$ 24) $\int_1^{\sqrt[5]{2}} \frac{20}{x^{11} + 2x} dx = \ln 2$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ANALISI MATEMATICA 2

PROF. EMANUELE CALLEGARI, PROF. VINCENZO MORINELLI

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

10 MARZO 2023

INTEGRALI

1. Calcolare usando la definizione

(a) $\int_0^1 x^3 dx$ (*Suggerimento: $\sum_{j=0}^n j^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$*)

(b) $\int_0^1 e^x dx$ (*Suggerimento: $\sum_{j=0}^n q^j = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$*)

2. Calcolare i seguenti integrali per sostituzione

(1.a) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$

(1.d) $\int_0^{\pi^2} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

(1.b) $\int_{-2}^4 (x-1)e^{2x^2-4x+17} dx$

(1.e) $\int_{\pi/3}^{\pi} \sin^3 x \cos x dx$

(1.c) $\int_0^1 5x \cos(x^2+6) dx$

(1.f) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx$

3. Calcolare i seguenti integrali per parti

(2.a) $\int_0^1 x \ln(x+1) dx$

(2.c) $\int_{-1}^1 x e^{2x} dx$

(2.b) $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$

(2.d) $\int_2^3 \sqrt{x} \ln x dx$

4. Calcolare i seguenti integrali:

(3.a) $\int_{-1}^1 e^{2x}(1+e^x) dx$

(3.g) $\int_0^2 \sqrt{4x^2-1} dx$

(3.b) $\int_1^e \frac{2x-1}{x^2} dx$

(3.h) $\int_0^1 e^{\sqrt[3]{x}} dx$

(3.c) $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^6} dx$

(3.i) $\int_0^2 \cos \sqrt{2x+1} dx$

(3.d) $\int_0^{e^2} \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln^2 x}} dx$

(3.j) $\int_0^1 (x^{24}+12x^{23})e^{2x-2} dx$

(3.e) $\int_0^{15} \frac{36}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x+49}} dx$

(3.k) $\int_4^{16} \frac{1}{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}} dx$

(3.f) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

(3.l) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} (4x+5) \cos x dx$

$$(3.m) \int_0^1 e^{2x} \ln(1 + e^x) dx$$

$$(3.n) \int_1^2 10x^2 \ln x dx$$

$$(3.o) \int_1^3 9x^3 (\ln x)^3 dx$$

$$(3.p) \int_0^{2\pi} (\cos x)^2 dx$$

$$(3.q) \int_0^\pi e^x \cos x dx$$

$$(3.r) \int_0^\pi x e^x \cos x dx$$

$$(3.s) \int_{-2}^2 (5x^4 + 12x^2 + 5) \arctan(x^2 + 2) dx$$

$$(3.t) \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \tan^3 x + \tan x dx$$

$$(3.u) \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1/2} \sin x e^{\cos x} dx$$

$$(3.v) \int_0^{\pi/4} \tan x \ln(\cos x) dx$$

$$(3.w) \int_0^1 \frac{x e^{\arctan x^2}}{1 + x^4} dx$$

$$(3.x) \int_e^{e^{\pi/2}} \cos(\ln x) dx$$

5. Calcolare il seguente integrale indefinito senza utilizzare formule iterative

$$\int \cos^{1011} x dx.$$

Come si generalizza per ogni esponente dispari $\int \cos^{2n+1} x dx$

Dimostrare per induzione che

$$\int \cos^{2n} x dx = \left(\prod_{k=1}^n \frac{2k-1}{2k} \right) x + \sum_{\ell=1}^n \frac{1}{2\ell-1} \prod_{k=\ell}^n \frac{2k-1}{2k} \cos^{2\ell-1} x \sin x + c$$

$$\int \sin^{2n} x dx = \left(\prod_{k=1}^n \frac{2k-1}{2k} \right) x - \sum_{\ell=1}^n \frac{1}{2\ell-1} \prod_{k=\ell}^n \frac{2k-1}{2k} \sin^{2\ell-1} x \cos x + c$$

6. Calcolare l'integrale

$$\int_{-\sqrt{13}}^{\sqrt{13}} \frac{x \sin(x) \ln(1+x^4) e^{-2x^4+3x^2+1} \arctan(x^3)}{x^2(\cos x + 2)(\sin(x^4) + 4)} dx$$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ANALISI MATEMATICA 2

PROF. EMANUELE CALLEGARI, PROF. VINCENZO MORINELLI

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

13 MARZO 2023

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$(1.a) \int \frac{x^2 - 5}{x} dx$$

$$(1.b) \int \frac{2x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$$

$$(1.c) \int \frac{1}{9x^2 - 12x + 4} dx$$

$$(1.d) \int \frac{x^3 + 1}{x(x + 1)^2} dx$$

$$(1.e) \int \frac{x^3 + 1}{x(x - 1)^2} dx$$

$$(1.f) \int \frac{3x + 1}{x^2 + x + 1} dx$$

$$(1.g) \int \frac{x - 3}{x^3 - 3x^2 + 2x} dx$$

$$(1.h) \int \frac{x^2 + 1}{x^2 + x - 2} dx$$

$$(1.i) \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x}$$

$$(1.j) \int \frac{x}{(x - 2)(x + 1)} dx$$

$$(1.k) \int \frac{2x - 1}{x^2 + x} dx$$

$$(1.l) \int \frac{1}{x^2 + x + 2} dx$$

$$(1.m) \int \frac{1}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$$

$$(1.n) \int \frac{1}{(x^2 + 1)^2} dx$$

2. Calcolare i seguenti integrali

$$(2.a) \int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$(2.b) \int_{-3}^3 \sqrt{9 + x^2} dx$$

$$(2.c) \int_{\sqrt{2}}^4 \sqrt{x^2 - 2} dt$$

$$(2.d) \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{1 - 2x^2}} dx$$

$$(2.e) \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 4}} dx$$

$$(2.f) \int_3^4 \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}} dt$$

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^4 + 1} dx$$