Analisi Matematica 1 - docente: Callegari - codocente: Ghezzi

II Prova simulata di primo esonero

1 TROVARE, SE ESISTONO, OPPURE DIMOSTRARE CHE NON ESISTONO $\inf(A)$, $\sup(A)$, $\min(A)$, $\max(A)$ DOVE $A=\left\{ \frac{2023}{n}+n^2 \;\middle|\; n\in\mathbb{N}-\{0\}\right\}$

2 CALCOLARE $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^{n+1}+n}{n^{n+1}+\sqrt{n}}\right)^{(n+1)^n}$

3 CONFRONTARE GLI ORDINI DI INFINITESIMO DELLE SEGUENTI SUCCESSIONI:

$$a_n=\frac{1}{n^4+\left(1+(-1)^n\right)n^{10}} \qquad b_n=\frac{1}{n^7} \qquad c_n=\begin{cases}\frac{1}{n^5} & \text{SE } 1\le n\le 1000\\ \frac{1}{n^8} & \text{SE } n\ge 1001\end{cases}$$

4 CONFRONTARE GLI ORDINI DI INFINITESIMO PER $x\to0^+$ DELLE SEGUENTI FUNZIONI

$$f(x)=(\cos x)^{\sin x}-1 \qquad g(x)=(\tan x)^{\sin x}-(\sin x)^{\tan x} \qquad h(x)=\tan(\tan x)-\sin(\sin x) \qquad k(x)=e^{-\frac{1}{\sin x}}$$

5 MOSTRARE CHE L'EQUAZIONE $\ln\left(1+x^{18}\right)=x^{100}$ HA ALMENO 3 SOLUZIONI.

6 DATI $A,B\subset\mathbb{R}$ NON VUOTI, DEFINIAMO $d(A,B)=\inf\{|x-y|\mid x\in A, y\in B\}$ DIRE SE È VERA O FALSA L'AFFERMAZIONE:

$$d(A,B)=0 \Rightarrow A\cap B\neq\emptyset$$

NEI SEGUENTI CASI 1) A, B APERTI 2) A, B CHIUSI, 3) A CHIUSO E B COMPATTO.