Analisi Matematica 1 - docente: Callegari - codocente: Ghezzi

III Prova simulata di primo esonero

1 TROVARE $\bar{A}$ DELL'INSIEME $A = \{\sqrt{n} - \sqrt{m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

2 DIMOSTRARE (SE VERE) O CONFUTARE CON UN CONTROESEMPIO (SE FALSE) LE SEGUENTI AFFERMAZIONI RELATIVE ALLE SUCCESSIONI (a_n) E (b_n) DELLE QUALI SAPPIAMO CHE SONO INFINITESIME PER $n \to +\infty$:

a) $a_n = o\left(\frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ VERA FALSA

b) $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow a_n = o\left(\frac{1}{n^2}\right)$ VERA FALSA

c) $a_n = o\left(\frac{1}{n^{12}}\right) \wedge b_n = o\left(\frac{1}{n^{20}}\right) \Rightarrow a_n \cdot b_n = o\left(\frac{1}{n^{32}}\right)$ VERA FALSA

d) $a_n = o\left(\frac{1}{n^{12}}\right) \wedge b_n = o\left(\frac{1}{n^{20}}\right) \Rightarrow \frac{b_n}{a_n} = o\left(\frac{1}{n^8}\right)$ VERA FALSA

3 CONFRONTARE L'ORDINE DI INFINITO DI: $a_n = n^{\ln n}$ $b_n = (\ln n)^n$ $c_n = n^{\sqrt{n}}$

4 DATA UNA SUCCESSIONE DI SOTTOINSIEMI DI $\mathbb{R}$ $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ TALE CHE SI ABBIA:

$A_0 \supset A_1 \supset A_2 \supset A_3 \supset \dots \supset A_n \supset \dots$ SI CONSIDERI $A = A_0 \cap A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n \cap \dots$. DIRE SE PUÒ SUCCEDERE CHE $A = \emptyset$ NEL CASO CHE TUTTI GLI A_n SIANO: a) APERTI b) CHIUSI c) COMPATTI.

5 CALCOLARE $\lim_{x \to 0^+} \frac{\alpha + \sin\frac{1}{x} + \cos\frac{1}{x}}{x}$, AL VARIARE DEL PARAMETRO $\alpha > 0$.

6 MOSTRARE CHE $\frac{2}{\pi} \arctan\sqrt{\frac{x^{2023}}{1+x^{2022}}} = e^{-\frac{1}{x}}$ HA ALMENO UNA SOLUZIONE POSITIVA