

# IV Prova simulata di primo esonero

1 DETERMINARE L'INSIEME  $A = \bigcap_{n=1}^{+\infty} \left[ \frac{1}{4} - \frac{1}{n^3}, \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3} \right]$ .

2 CALCOLARE  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2^n \cdot n! + n^n)^2}{(2n)! + (n+1)^{2n}}$

3 TROVARE  $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n$  E  $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n$ , DOVE  $a_n = \sin n$ .

4 CALCOLARE  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\tan x)^{\cos x}$

5 DATE  $f, g: (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$  TALI CHE PER  $x \rightarrow 0^+$  SI ABBA  $f(x) = o(x^3)$  E  $g(x) = o(x^2)$ , DIMOSTRARE O CONFUTARE CON UN CONTROESEMPIO LE SEGUENTI AFFERMAZIONI:

a  $f(x) = o(g(x))$    b  $f(x) + g(x) = o(x^2)$    c  $f(x) \cdot g(x) = o(x^2)$    d  $f(g(x)) = o(x^2)$    e  $f(g(x)) \approx g(f(x))$

6 MOSTRARE CHE NELL'INTERVALLO  $(0, \frac{\pi}{2})$  L'EQUAZIONE  $e^{-x^2} = \cos x$  HA ALMENO 1 SOLUZIONE.