

Analisi Matematica 1

docente: Callegari - codocente: Ghezzi

Cognome:

A.A. 2023-2024

Nome:

II Esonero (19/01/2024)

1. Studiare la continuità uniforme e la Lipschitzianità della funzione $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sin \frac{1}{x}$ sugli insiemi $A = (0, 1]$, $B = [1, 2]$ e $C = [2, +\infty)$.

2. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) + \ln(1-x) + e^{x^2} - \sqrt[6]{1-x^6}}{x^2 \cdot (x^2 - \sin x^2)}$

3. Dire quante sono le soluzioni dell'equazione $\sqrt{x+x^5} = 2024x$.

4. Determinare al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$ il limite di (a_n) definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = f(a_n) \\ a_0 = \alpha \end{cases}$$

con $f(x) = \log_4(2 + 2^x)$.

5. Data $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ sia $\phi : (0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $\phi(x) = \frac{f(x+2\pi) - f(x)}{2\pi}$. Dire se sono vere o false le affermazioni che seguono, dimostrandole se vere ed esibendo un controesempio se false.

(a) Se f è strettamente convessa allora ϕ è strettamente crescente.

(b) Se ϕ è strettamente crescente allora f è strettamente convessa.