Unione Matematica Italiana
Scuola Normale Superiore
MIUR

2 Febbraio 2017

Gara Nazionale Classi Prime 2017

Problemi

Nella lista che segue la risposta corretta è sempre la **A**. *Ovviamente nelle 36 versioni del test che sono state fornite ai responsabili locali per la gara, sia le risposte che i problemi erano permutati in modo casuale.*
In questa lista i problemi non sono in ordine di difficoltà, ma comunque abbiamo marcato quelli che secondo noi erano i più semplici col simbolo $\mathcal{F}$.

Per la Commissione Olimpiadi:
Emanuele Callegari e Roberto Tauraso.

1. $\mathcal{F}$ Sia $n = 255 \cdot 257$. Nella rappresentazione binaria di n quante sono le cifre uguali a 1?

A 16 B 1 C 2 D 4 E 8 F 7

2. Sia n il numero la cui rappresentazione binaria è di 2017 cifre tutte uguali a 1. Qual è (in base 10) il resto che si ottiene dividendo n per 16?

A 15 B 1 C 3 D 7 E 12 F 0

3. Il triangolo ABC è equilatero. I quattro triangoli colorati di grigio nella figura sono pure equilateri e le loro aree sono 1, 4, 9 e 16. Qual è l'area di ABC?

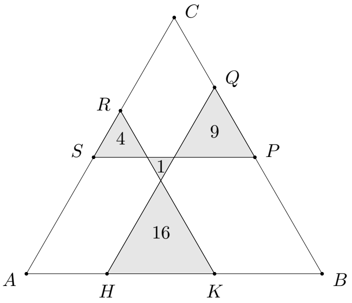

figura 1

A 121 B 100 C 101 D 144 E 120 F non determinabile dai soli dati forniti

4. $\mathcal{F}$ Il rettangolo $ABCD$ ha area 1000. Inoltre l'arco MD ha centro in A, l'arco MC ha centro in B e l'arco CD ha centro in M. Quanto vale l'area colorata in grigio in figura?

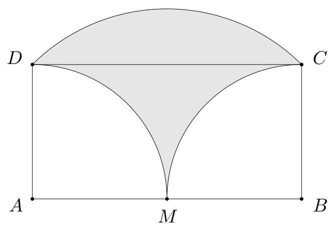

figura 2

A 500 B 150π C $125 + 125\pi$ D $900 - 125\pi$ E 450 F 625

5. Tre auto, una bianca, una nera e una rossa compiono lo stesso percorso, partendo insieme. L'auto bianca per la prima metà del tempo impiegato viaggia a 60 Km/h, poi viaggia a 120 Km/h. L'auto nera per la prima metà dello spazio percorso a viaggia 60 Km/h, poi viaggia a 120 Km/h. L'auto rossa invece, per la prima metà dello spazio percorso a viaggia 80 Km/h, poi viaggia a 100 Km/h. In che ordine arrivano alla meta?

A bianca, rossa, nera. B bianca, nera, rossa. C nera, bianca, rossa. D tutte insieme. E rossa, nera, bianca. F rossa, bianca, nera.

6. Un rettangolo ha area 12120 e lati di misura intera. Qual è il minimo valore del suo perimetro?

A 442 B 440 C 444 D 446 E 448 F nessuna delle altre risposte è esatta

7. Sono dati $n = 7575$ e $m = 7755$. In quanti modi posso scegliere l'intero positivo k in modo che $\mathrm{MCD}(m, n) = \mathrm{MCD}(m, n, k)$ e $\mathrm{mcm}(m, n) = \mathrm{mcm}(m, n, k)$?

A 16 B 12 C 2 D 181 E 163 F 36

8. Sull'isola *Kenoncè* la spiaggia di *RivaDritta* è famosa perché la linea che separa la terra dal mare rimane prefettamente rettilinea per molti chilometri. Luca ha acceso un fuoco sulla spiaggia a distanza di 6 metri esatti dalla riva e poi si è addormentato mentre Claudia è andata a cercare altra legna. Ad un certo punto, mentre si trova esattamente a 39 metri in linea d'aria dal fuoco e a 21 metri dalla riva, Claudia vede che il fuoco potrebbe bruciare Luca e allora decide di correre verso un punto C della riva, prendere dell'acqua e andare di corsa a spegnere il fuoco. Qual è la lunghezza del tragitto che Claudia percorre di corsa, se sceglie C in modo che essa sia minima?

A 45 m B 48 m C 42 m D 44 m E 50 m F 49 m

9. Ho dieci segmenti di lunghezze rispettivamente 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e voglio costruire 5 rettangoli, ciascuno avente per base e per altezza uno di tali segmenti. Se, alla fine, devo aver usato tutti i dieci segmenti, qual è il valore minimo che posso ottenere per la somma delle aree dei cinque rettangoli?

A 110 B 96 C 120 D 119 E 90 F nessuna delle altre risposte è esatta

10. Sappiamo che il PIN del bancomat di Claudia è un numero di 5 cifre della forma $n = 41a9b$, dove a e b indicano le cifre che non conosciamo. Sappiamo però che n è divisibile per 312. Quanto vale il prodotto $a \cdot b$?

A 24 B 36 C 12 D 10 E 64 F non determinabile dai soli dati forniti

11. Di un triangolo acutangolo ABC sono note le misure delle altezze h_A e h_B, condotte rispettivamente dai vertici A e B. Inoltre Claudia conosce la misura del lato AC, Luca quella del lato AB e Raffaella quella dell'angolo interno $\widehat{A}$, ma nessuno dei tre comunica l'informazione in suo possesso agli altri due. Chi dei tre ha dati sufficienti per determinare in modo univoco il triangolo?

A tutti B solo Luca e Claudia C solo Raffaella e Claudia D solo Luca e Raffaella E solo Claudia F solo Luca

12. $\mathcal{F}$ Sia $M = \mathrm{MCD}(4344, 4368)$. Quanto vale la somma delle cifre di M?

A 6 B 8 C 9 D 15 E 3 F 7

13. $\mathcal{F}$ Del polinomio non identicamente nullo $p(x)$ sappiamo solo che sviluppando $(p(x))^3$ e $(x^8 - x^3) \cdot p(x)$ si ottengono due polinomi dello stesso grado. Qual è questo grado?

A 12 B 36 C 10 D 9 E 24 F non determinabile dai soli dati forniti

14. Sia $N = 16!$, cioè $N = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Quanti sono i quadrati perfetti che dividono N?

A 128 B 36 C 144 D 48 E 64 F 96

15. $\mathcal{F}$ Quanti sono i diversi rettangoli con lati interi e area 12600?

A 36 B 27 C 12 D 48 E 30 F 92

16. $\mathcal{F}$ In un poligono regolare il cubo del numero dei lati è uguale al quadrato del numero delle diagonali. Qual è il numero dei lati?

A 9 B 4 C 25 D 16 E 27 F non è univocamente determinato

17. Sommando il numero 1965 e tutti gli altri 23 numeri che si ottengono permutando le sue cifre, si ottiene una quantità M. Quanto vale M?

A 139986 B 153318 C 126654 D 173316 E 113322 F 106656

18. Sull'isola *Kenoncè* tutti gli studenti che quest'anno hanno terminato la scuola superiore hanno partecipato al test per l'ammissione all'università. Considerando l'intera popolazione scolastica, il punteggio medio al test è stato 11. Se però ci si restringe agli studenti che hanno partecipato alle gare di matematica, che sono il 25% del totale, il punteggio medio al test è stato molto più alto: ben 18 punti. Allora, indicando con p il punteggio medio degli studenti che NON hanno partecipato alle gare di matematica, si ha:

A $8 \leq p < 9$ B $10 \leq p < 11$ C $9 \leq p < 10$ D $7 \leq p < 8$ E $6 \leq p < 7$ F $p < 6$

Soluzioni

Qui di seguito trovate le soluzioni in forma scritta. Alcune soluzioni in forma di video verranno successivamente pubblicate sul canale YouTube:

`problemisvolti.it`

Soluzione del Quesito 1.

La risposta corretta è: 16.
Ovviamente si può fare tutto il calcolo: trovare che $n = 65535$ e poi fare la conversione in binario.
Tuttavia si possono evitare tutti i calcoli osservando che:

$$n = 255 \cdot 257 = \left(2^8 - 1\right) \cdot \left(2^8 + 1\right) = 2^{16} - 1.$$

Ciò significa che $n + 1 = 2^{16}$, cioè che la rappresentazione binaria di $n + 1$ è 1 seguito da 16 zeri.
Ma allora la rappresentazione binaria di n, che è il suo precedente, è composta esattamente da 16 cifre tutte uguali a 1.

Soluzione del Quesito 2.

La risposta corretta è: 15.
Rappresentando i numeri in binario, si ha che:

$$n = \overbrace{111\dots1}^{2017} = \overbrace{111\dots1}^{2013}0000 + 1111.$$

Ma $\overbrace{111\dots1}^{2013}0000$ termina con 4 zeri e quindi è divisibile per 2^4, cioè per 16.
Ciò significa che dividendo n per 16 si ottiene il numero la cui rappresentazione binaria è 1111, cioè 15.

Soluzione del Quesito 3.

La risposta corretta è: 121.
Basta infatti osservare che i triangoli di area 4, 9 e 16 hanno lati rispettivamente doppio, triplo e quadruplo del triangolino centrale di area 1.
Di conseguenza, tracciando tante rette parallele ai lati di ABC, si può suddividerlo in tanti triangolini di area 1, come si può vedere nella figura seguente:

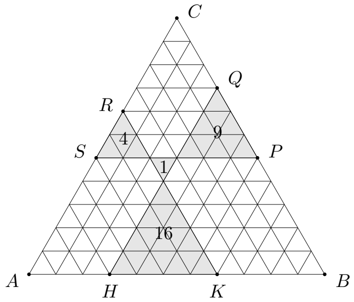

figura 3

I triangolini in cui ABC è suddiviso sono 121: anche senza contarli basta osservare che il suo lato è esattamente 11 volte il lato del triangolino centrale di area 1.
Si osservi che non c'era alcun bisogno dell'ipotesi che i triangoli fossero tutti equilateri: il triangolo ABC poteva anche essere qualsiasi, purché poi si prendesse $HQ \parallel AC$, $KR \parallel BC$ e $PS \parallel AB$.

Soluzione del Quesito 4.

La risposta corretta è: 500.
Osserviamo che il quadrante di cerchio MCD (colorato di bianco in fig. **5**) ha area doppia del quadrante di cerchio AMD (colorato di bianco in fig. **4**), perché il rapporto tra le loro aree è uguale al rapporto tra i quadrati dei loro raggi, ed è immediato verificare che $DM^2 = 2AM^2$.

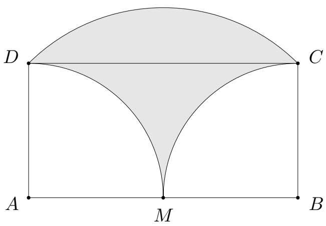

figura 4

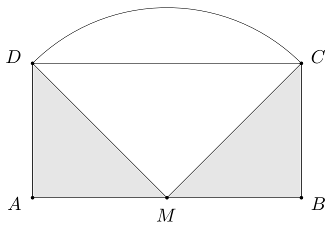

figura 5

Ma allora l'area colorata di bianco nella figura **4** è uguale all'area colorata di bianco nella figura **5** e, di conseguenza anche le aree colorate di grigio nelle due figure sono uguali.
Basterà quindi determinare l'area grigia di figura **5** che è uguale a 500 perché è la metà dell'area del rettangolo.

Soluzione del Quesito 5.

La risposta corretta è: bianca, rossa, nera.
Osseviamo che, nel caso generale, se una macchina compie il percorso stabilito percorrendone prima una parte di lunghezza S_1 nel tempo T_1 poi la parte rimanente S_2 nel tempo T_2, la sua velocità media sull'intero percorso sarà data da:

$$v_M = \frac{\text{Spazio Complessivo}}{\text{Tempo Complessivo}} = \frac{S_1 + S_2}{T_1 + T_2}. \tag{1}$$

Se supponiamo, come nel caso della macchina **bianca**, che T_1 e T_2 siano entrambi uguali ad uno stesso tempo T e indichiamo con v_1 e v_2 le velocità nei due tratti, otteniamo che $S_1 = Tv_1$ e $S_2 = Tv_2$, per cui la (1) diventa:

$$v_M = \frac{Tv_1 + Tv_2}{T + T} = \frac{v_1 + v_2}{2}. \tag{2}$$

Se invece supponiamo, come nel caso delle macchine **rossa** e **nera**, che S_1 ed S_2 siano entrambi uguali ad una stessa lunghezza S e continuiamo ad indicare con v_1 e v_2 le velocità nei due tratti, otteniamo che $T_1 = S/v_1$ e $T_2 = S/v_2$, e quindi stavolta la (1) diventa:

$$v_M = \frac{S + S}{\frac{S}{v_1} + \frac{S}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}. \tag{3}$$

Usando la formula (2) otteniamo che la velocita media della macchina **bianca** calcolata sull'intero tragitto è $v_{\text{bianca}} = 90\,\text{Km/h}$.
Invece per le macchine **rossa** e **nera** su usa la formula (3) e si ottiene $v_{\text{nera}} = 80\text{Km/h}$ e $v_{\text{rossa}} = 88.\overline{8}\,\text{Km/h}$.
Quindi al traguardo arriva prima la macchina **bianca**, che ha la velocità media più alta, poi la macchina **rossa** e infine quella **nera**.

Soluzione del Quesito 6.

La risposta corretta è: 442.
Si osservi che se i due lati a e b del rettangolo sono interi allora uno dei due deve essere multiplo di 101 perché 101 è primo e si ha:

$$ab = \text{Area} = 12120 = 101 \cdot 120.$$

Senza perdere di generalità possiamo supporre che ad essere multiplo di 101 sia il lato a, cioè che sia $a = 101k$, per un opportuno intero positivo k.
Per $k = 1$ si ottiene $a = 101$ e $b = 120$, per cui il perimetro è $2 \cdot (101 + 120)$, cioè 442.
Per ogni altro k intero positivo il perimetro è maggiore.
Infatti per $k = 2$ si ha $a = 202$ e $b = 60$, da cui segue che il perimetro è 524.
Per $k \geq 3$ si ottiene $a \geq 303$ e quindi il perimetro è maggiore di $2a$, cioè di 606.
Il minimo valore per il perimetro è quindi quello che si ottiene per $k = 1$, cioè 442.

Soluzione del Quesito 7.

La risposta corretta è: 16.
Per cominciare fattorizziamo n e m:

$$\begin{aligned} n =& 7575 = 75 \cdot 101 = 3 \cdot 25 \cdot 101 = 3 \cdot 5^2 \cdot 101 \\ n =& 7755 = 705 \cdot 11 = 5 \cdot 141 \cdot 11 = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 47 \end{aligned}$$

Se si vuole aggiungere ad m ed n un terzo numero k in modo che MCD e mcm rimangano gli stessi, bisogna che sia della forma

$$k = 3 \cdot 5^a \cdot 11^b \cdot 47^c \cdot 101^d$$

dove gli esponenti a, b, c e d sono compresi tra gli esponenti che lo stesso fattore primo presenta in m ed n. Più precisamente: a può assumere solo valore 1 e 2, mentre b, c e d possono assumere solo valore 0 e 1. Quindi, poiché ciascuno dei quattro esponenti può assumere solo due valori, i casi possibili sono solo $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, cioè 16.

Soluzione del Quesito 8.

La risposta corretta è: 45 m.
Prendiamo come riferimento la figura **6** dove la retta r indica la riva del mare, cioè la linea di separazione tra terra e acqua, F è il punto in cui si trova il fuoco acceso e P la posizione di Claudia quando inizia a correre.

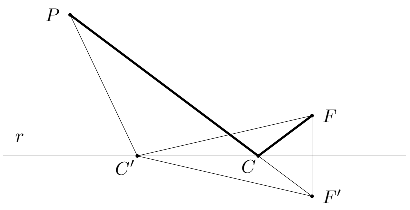

figura 6

Il punto C della riva che minimizza il percorso PCF è quello che si ottiene come intersezione tra la retta r e il segmento PF', dove F' è il simmetrico di F rispetto a r.
Infatti, comunque si prenda un altro punto C' su r, il percorso $PC'F$ ha la stessa lunghezza di $PC'F'$, che è maggiore del segmento PF' che a sua volta ha la stessa lunghezza del percorso PCF.
Per risolvere il problema basterà quindi trovare la misura di PF'.
Facendo ora riferimento alla figura **7**, sappiamo che $FB = 6\,\mathrm{m}$, $PA = 21\,\mathrm{m}$ e $FP = 39\,\mathrm{m}$.

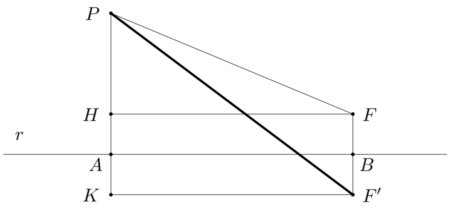

figura 7

Di conseguenza $PH = 21\,\mathrm{m} - 6\,\mathrm{m} = 15\,\mathrm{m}$ e quindi, applicando il teorema di Pitagora a PFH, si ottiene $FH = 36\,\mathrm{m}$.
Infine, detto K il simmetrico di H rispetto ad r, otteniamo $PK = 21\,\mathrm{m} + 6\,\mathrm{m} = 27\,\mathrm{m}$ e $F'K = FH = 36\,\mathrm{m}$.
Da ciò segue, applicando il teorema di Pitagora a PKF', che $PF' = 45\,\mathrm{m}$.

Soluzione del Quesito 9.

La risposta corretta è: 110.
Si tratta di far vedere che, tra tutti i diversi modi di formare 5 coppie con i numeri interi da 1 a 10, il minimo valore che si ottiene quando si moltiplicano tra loro i numeri accoppiati e poi si sommano i 5 risultati è 110, che si ottiene dal seguente modo di fare gli accoppiamenti:

$$10 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 6 \cdot 5 = 110. \tag{4}$$

Per cominciare osserviamo che un valore minimo c'è senz'altro, visto che il numero di possibili accoppiamenti è finito.
Osserviamo anche che se il 10 e l'1 non sono accoppiati tra loro non si può ottenere il minimo.
Infatti l'espressione

$$10 \cdot a + \ldots + 1 \cdot b + \ldots$$

è strettamente maggiore di

$$10 \cdot 1 + \ldots + a \cdot b + \ldots$$

se tutti gli altri accoppiamenti sono gli stessi, perché:

$$10 \cdot a + 1 \cdot b - 10 \cdot 1 - a \cdot b = 10(a-1) - b(a-1) = (10-b)(a-1) > 0,$$

dove l'ultima disuguaglianza segue dal fatto che a e b sono compresi tra 2 e 9.
Di conseguenza, l'espressione che ci fornisce il minimo deve avere il 10 accoppiato all'1.
Procedendo in modo analogo si dimostra che il più piccolo e il più grande dei rimanenti devono sempre essere accoppiati tra loro. Quindi il 9 deve essere accoppiato al 2, poi l'8 al 3, il 7 al 4 e infine il 6 al 5.
Quindi l'unico modo di fare gli accoppiamenti che ci fornisce il minimo è quello dato da (4).

Soluzione del Quesito 10.

La risposta corretta è 24 perché $a = 4$ e $b = 6$.
Osserviamo che $41000 : 312 = 131$ col resto di 128, quindi i multipli di 312 compresi tra 41000 e 42000 sono solo 3:

$$132 \cdot 312 = 41184$$
$$133 \cdot 312 = 41496$$
$$134 \cdot 312 = 41808.$$

Di essi solo 41496 ha il 9 come cifra delle decine ed è quindi il PIN cercato.

Soluzione del Quesito 11.

La risposta corretta è: tutti.
Innanzitutto, poiché il triangolo è acutangolo, i piedi delle altezze giacciono sempre sui lati (e non sui loro prolungamenti) quindi possiamo fare riferimento alla figura **8**, dove sappiamo che le misure delle due altezze AP e BQ sono note a tutti.
Mostriamo ora che sia Luca, sia Claudia, sia Raffaella, usando solo le informazioni pubbliche e il dato segreto in loro possesso, hanno dati sufficienti da rendere il triangolo ABC univocamente determinato.

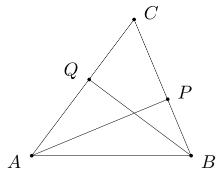

figura 8

Cominciamo da **Luca**. Dal momento che, oltre ad AP e BQ egli conosce la misura di AB, se si considera il triangolo ABQ (che è rettangolo in Q) egli ne conosce sia l'ipotenusa AB che il cateto BQ. Di conseguenza tutti gli elementi di tale triangolo sono univocamente determinati e, in particolare, lo è l'angolo $\widehat{BAQ}$.
Procedendo in modo del tutto analogo, si trova che anche l'angolo $\widehat{ABP}$ è univocamente determinato.
Quindi i dati a conoscenza di Luca rendono univocamente determinati il lato AB e due angoli ad esso adiacenti e, di conseguenza, determinano in modo univoco tutto il triangolo ABC.
Passiamo a **Raffaella** che invece, oltre alle due altezze AP e BQ, conosce solo l'angolo $\widehat{BAC}$.
Se si considera il triangolo rettangolo ABQ, si scopre che i dati in possesso di Raffaella lo determinano in modo univoco, visto che se ne riescono a determinare tutti gli angoli ed in più ne è noto il cateto BQ.
Di conseguenza rimane univocamente determinato anche il lato AB, riconducendo così il problema al caso (già trattato) di Luca.
Vediamo infine il caso di **Claudia** che, oltre alle due altezze AP e BQ, conosce solo il lato AC.
Con i dati in suo possesso, il triangolo rettangolo APC è univocamente determinato, visto che se ne conosce l'ipotenusa AC e il cateto AP. In particolare rimane determinato in modo univoco l'angolo $\widehat{ACP}$.
Ma allora anche il triangolo rettangolo BCQ è univocamente determinato, perché si riesce a determinarne tutti gli angoli e in più si conosce il suo cateto BQ. In particolare rimane determinata l'ipotenusa BC.
Di conseguenza, del triangolo ABC sono determinati in modo univoco i lati AC e BC e l'angolo compreso $\widehat{ACB}$. Ciò significa che tutto il triangolo ABC è determinato in modo univoco.
Quindi anche Claudia ha dati sufficienti per determinare in modo univoco il triangolo ABC.

Soluzione del Quesito 12.

La risposta corretta è 6, perché $M = 24$.
Ovviamente possiamo calcolare M fattorizzando 4344 e 4368 e poi scegliendo gli esponenti dei fattori primi di M come abbiamo imparato a scuola.
Tuttavia è più rapido osservare che M, poiché deve dividere sia 4344 che 4368, deve necessariamente dividere anche la loro differenza 24. Ma è immediato verificare che 24 divide sia 4344 che 4368 (sono entrambi divisibili sia per 3 che per 8).
Quindi possiamo concludere che il MCD cercato è 24.

Soluzione del Quesito 13.

La risposta corretta è: 12.
Dal fatto che $(p(x))^3$ e $(x^8 - x^3) \cdot p(x)$ hanno lo stesso grado, segue che $(p(x))^2$ ha lo stesso grado di $(x^8 - x^3)$, cioè 8.
Ma allora $p(x)$ ha grado 4 e quindi $(p(x))^3$ e $(x^8 - x^3) \cdot p(x)$ hanno entrambi grado 12.

Soluzione del Quesito 14.

La risposta corretta è: 128.
La scomposizione in fattori primi di 16! è

$$2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13.$$

Un quadrato perfetto divide 16! se e solo se nella sua scomposizione il fattore 2 compare con un esponente pari compreso tra 0 e 15 ossia 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14. In tutto sono 8 possibilità.
Analogamente, gli esponenti possibili del fattore 3 sono 4: 0, 2, 4, 6.
Infine per il 5 e per il 7 gli esponenti sono 0 e 2, mentre per l'11 e per il 13 l'unico esponente possibile è 0.

Così il numero dei quadrati perfetti che dividono 16! si ottiene facendo il prodotto del numero delle possibili scelte per ciascun fattore primo:

$$8 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 128.$$

Soluzione del Quesito 15.

La risposta corretta è: 36.
Un rettangolo di dimensioni intere $a \times b$ ha area uguale a 12600 se e solo se a è un divisore di 12600 e $b = 12600/a$.
Dato che 12600 non è un quadrato perfetto avremo sempre che $a < b$ oppure $a > b$.
Quindi per contare i rettangoli diversi basta contare i divisori di 12600 e poi dividere per due (i rettangoli $a \times b$ e $b \times a$ sono considerati uguali).
La scomposizione in fattori primi di 12600 è

$$12600 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

e quindi il numero di divisori è dato dal prodotto di ciascun esponente maggiorato di 1, ossia

$$\text{numero divisori} = (3+1) \cdot (2+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 72.$$

Di conseguenza il numero di rettangoli diversi è $72/2 = 36$.

Soluzione del Quesito 16.

La risposta corretta è: 9.
Il numero di diagonali in un poligono regolare di n lati ($n > 2$) è $\dfrac{n(n-3)}{2}$.
Infatti ognuno degli n vertici ha $n-3$ vertici non adiacenti e, considerando tutti i possibili accoppiamenti, che sono $n(n-3)$, ogni diagonale viene contata due volte.
Quindi dobbiamo risolvere l'equazione

$$n^3 = \left(\frac{n(n-3)}{2}\right)^2$$

ossia

$$n^2[(n-3)^2 - 4n] = 0$$

da cui, svolgendo i calcoli e scomponendo, si ottiene

$$n^2(n^2 - 10n + 9) = n^2(n-1)(n-9) = 0.$$

Quindi l'unica soluzione maggiore di 2 è $n = 9$.

Soluzione del Quesito 17.

La risposta corretta è: 139986.
Incolonnando tutti i 24 numeri notiamo che in ciascuna colonna ogni cifra del numero 1965 compare sei volte.
Così se sommiamo le cifre di una qualunque colonna otteniamo

$$(1+9+6+5) \cdot 6 = 126.$$

Dato che le quattro colonne rappresentano rispettivamente le unità, le decine, le centinaia e le migliaia, ne segue che il totale richiesto è

$$126 + 126 \cdot 10 + 126 \cdot 100 + 126 \cdot 1000 = 126 \cdot 1111 = 139986.$$

Soluzione del Quesito 18.

La risposta corretta è $8 \leq p < 9$, perché il valore che si ottiene è $p = \dfrac{26}{3}$.
Infatti la media complessiva di 11 si deve ottenere come media pesata nella quale il punteggio 18 conta per il 25%, mentre il punteggio p conta per il 75%.
Quindi p soddisfa la relazione:

$$\frac{25}{100} \cdot 18 + \frac{75}{100} \cdot p = 11$$

e risolvendo si ottiene proprio $p = \dfrac{26}{3}$.