

Analisi Matematica 1 - Lezione 4 (I parte)

Titolo nota 12 Ottobre 2015 - docente: Prof. Emanuele Callegari - Università di Roma Tor Vergata

www.problemisvolti.it

FUNZIONI NUMERICHE

CONVENZIONE

$$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty) \\ x \mapsto x^2$$

Dato $f(x) = x^2$
DOMINIO = DOMINIO NATURALE

Insieme più grande su cui $f(x)$ è calcolabile

DEF. 1

Dati $A, B \subset \mathbb{R}$ ed $f: A \rightarrow B$ diremo che

1) f è **debolmente crescente** $\forall x_1, x_2 \in A$
(strettamente)
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
($<$)

2) f è **debolmente decrescente** $\forall x_1, x_2 \in A$
(strettamente)
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$
($>$)

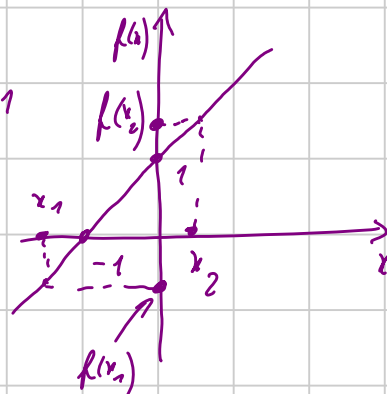
ES. 1

$$f(x) = x + 1$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x + 1$$

strett. crescente **[SI]**

deb. crescente **[SI]**

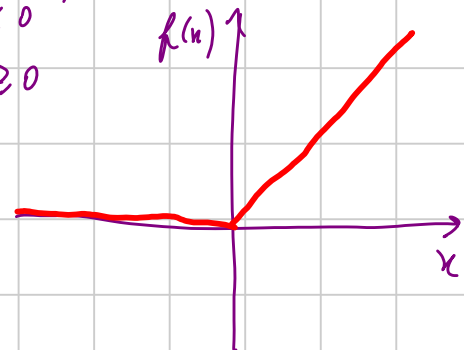


ES. 1

$$f(x) = \frac{x + |x|}{2} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

f è deb. cresc. **[SI]**

f **[non]** è strett. cresc.

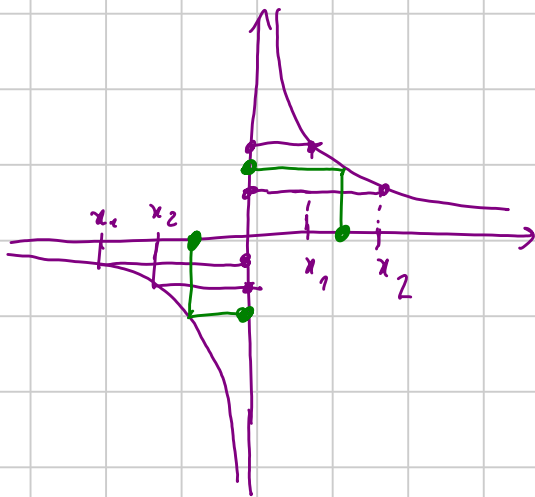


ES. 3

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

$$\forall x_1, x_2 \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$



è decrescente? **NO**

DEF 2

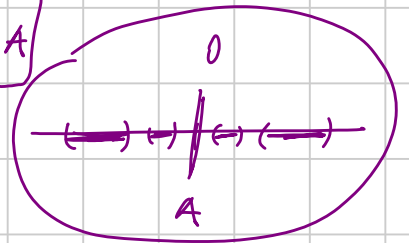
Dato $A \subset \mathbb{R}$, t.c. $x \in A \Leftrightarrow -x \in A$

sia $f: A \rightarrow \mathbb{R}$.

Diremo che:

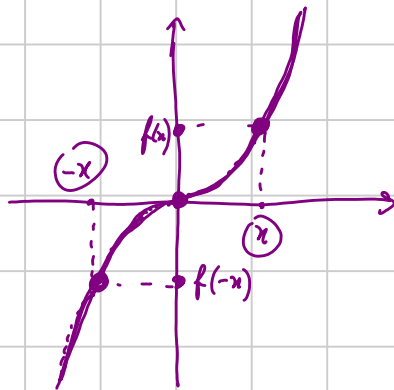
1) f è **pari** se $\forall x \in A \quad f(x) = f(-x)$

2) f è **dispari** se $\forall x \in A \quad f(-x) = -f(x)$



ES. 4

$$f(x) = x^3 \quad f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$$



ES. 5

$$f(x) = x^2 - |x|$$

$x \geq 0$

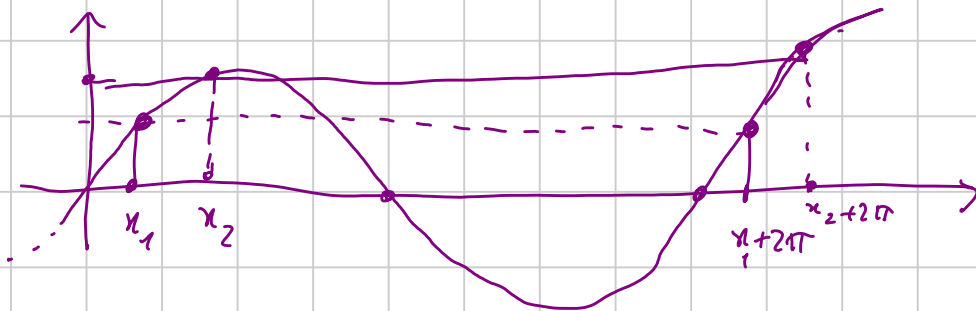
$$f(-x) = (-x)^2 - |-x| = x^2 - |x| = f(x)$$



Def. 3 Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e dato $T > 0$, diremo che f è periodica di periodo T , se

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = f(x+T)$$

ES. 6 $f(x) = \sin x$ $T = 2\pi$



ES. 7 $f(x) = 1$ $T = 5\pi$ $\forall T > 0$
 $\forall x \quad f(x) = f(x + 5\pi)$ $\left. \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right\} T \text{ è periodo}$
 $T = 73,5$

$$\forall x \quad f(x) = f(x + 73,5)$$

$\begin{array}{cc} \parallel & \parallel \\ 1 & 1 \end{array}$

↳ Insieme dei periodi di $f = \{T \in \mathbb{R} \mid T > 0\}$

ES. 8 $f(x) = \chi_{\mathbb{Q}}(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$



↳ Insieme dei periodi di $f = \{T \in \mathbb{Q} \mid T > 0\}$

$T \in \mathbb{Q}$ con $T > 0$

$$\overline{x \in \mathbb{Q}} \Leftrightarrow \overline{x+T \in \mathbb{Q}}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = f(x+T)$$

Se $T > 0$ non è in \mathbb{Q}

$$\begin{aligned} \underline{\forall x \in \mathbb{R}} \quad f(x) &\neq f(x+T) & x=0 \\ f(0) &= 1 & f(0+T) = f(T) = 0 \end{aligned}$$