

ESERCIZI DI TOPOLOGIA DI \mathbb{R}^n

Trovare $\text{Int} A$, $\overset{\circ}{A}$, \bar{A} e ∂A nei seguenti casi, specificando
dire se A è un insieme chiuso, aperto, limitato, denso, discreto
o compatto:

- 1) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$
- 2) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < |x| + |y| \leq 1\}$
- 3) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < |x + y| \leq 1\}$
- 4) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 0, x = \frac{1}{n}, \text{ con } n \in \mathbb{N} - \{0\}\}$
- 5) $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$
- 6) $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{R}$
- 7) $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{Z}$
- 8) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \neq 0\}$
- 9) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \in \mathbb{Q}\}$
- 10) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = \frac{1}{n}, \text{ con } n \in \mathbb{N} - \{0\}\}$
- 11) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = \frac{1}{n}, y = \frac{m}{n}, \text{ con } n, m \in \mathbb{Z} \text{ e } n \neq 0\}$
- 12) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z \leq 1, x > 0, y > 0, z > 0\}$
- 13) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 < x^2 + y^2 + z^2 \leq 2\}$
- 14) $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{R} \times \mathbb{Z}$
- 15) $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = \frac{1}{2^n}, y = \frac{m}{2^n}, z = \frac{k}{2^n}, \text{ con } n, m, k \in \mathbb{N}\}$

16) Trovare $A \subset \mathbb{R}^2$ tale che, iterando su di esso gli operatori $\overset{\circ}{}$, $\bar{}$ e $\overset{\circ}{\bar{}}$,
(cioè complementazione, chiusura e parte interna) si possono ottenere 14 insiemi diversi.