

LIMITI DI FUNZIONI IN DUE VARIABILI

(II^a PARTE)

Calcolare i seguenti limiti o dimostrare che non esistono:

$$1) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$2) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$3) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$4) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x+y}{x^2 + y^2}$$

$$5) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$6) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{1}{|x| + |y|}$$

$$7) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{1}{|x+y|}$$

$$8) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4 + xy}$$

$$9) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2 + y^2}{|x^5| + |y^5|}$$

$$10) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2 + y^2}{|x^5 + y^5|}$$

$$11) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} (x^2 + y^2 + xy)$$

$$12) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} (x^2 + y^2 + 2xy)$$

$$13) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^6 + y^6}{x^2 + y^4}$$

$$14) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2 - xy + y^4}{x^2 + y^4}$$

$$15) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x^2 - xy^2 + y^4}{x^2 + y^4}$$

$$16) \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{xy}{1 + x^2 y^2}$$

Calcolare i seguenti limiti o dimostrare che non esistono:

$$17) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{xy}$$

$$18) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{xy + x^2 y^2}$$

$$19) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{x^2 + y^2}$$

$$20) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(\cos(x^2 + y^4))}{x^2 + y^4}$$

$$21) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(\cos(xy))}{x^2 + y^4}$$

$$22) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(\cos(x^2 + y^2))}{xy}$$

$$23) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - 2|x| + |y|}{x^2 + |y|}$$

$$24) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{|x|+|y|} - \sqrt{|xy|}}{x^2 + |y| - \sin xy}$$

$$25) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \cdot \sqrt[3]{x} + y \cdot \sqrt[3]{y}}{x^2 + |y| + y(x+y)}$$

$$26) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y^6}{\ln(\cos(x^2 + y^6))}$$

$$27) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1}{x^6 + y^6} \cdot \ln\left(\frac{x^6 + y^6 + x^6 y^2}{x^6 + y^6}\right)$$

$$28) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(xy^2)}{x^2 - xy^2 + y^4}$$

$$29) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(xy^2)}{x^2 - xy^2 + y^4}$$

$$30) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy^2)}{x^2 - xy^2 + y^4}$$

$$31) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin(xy^2)}{x^2 - 2xy^2 + y^4}$$

$$32) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 + y^6} - 1 + x^3}{x^2 + y^6}$$

$$33) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 - y^6} - 1}{x^2 - y^6}$$

$$34) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2 - y^6} - 1 + x^3}{x^2 - y^6}$$

$$35) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^2) + \ln(1+y^2)}{\ln(1+x^2 + y^2)}$$

$$36) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^2) + \ln(1+y^2)}{\ln(1+x^2 + y^2)}$$

$$37) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5 + y^5}{x^3 + y^3}$$

$$38) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^5 + y^5)}{\ln(1+x^3 + y^3)}$$

$$39) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1+x^5) + \ln(1+y^5)}{\ln(1+x^3 + y^3)}$$

$$40) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^8 + y^8}{x^2 y^2 + x^{16} + y^{16}}$$

$$41) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x^2 + y^2)^{x^2 + y^2} - 1}{x^2 + y^2}$$

$$42) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|xy|^{|xy|} - 1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

43) Data $f(x,y) = x^y$, calcolarne il limite per $(x,y) \rightarrow (0,0)$ (o dimostrare che non esiste), prima considerandola nel suo dominio naturale $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0\}$, poi restringendola all'insieme $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > |y|\}$.