15-03-2021 (14-16)
PARTI AGGIUNTE RISPETTO AL 2020

LEZ 6

DEF. 1 DATE $f, F \in C([a,b])$ CON F DERIVABILE SU (a,b) DIREMO CHE F È PRIMITIVA DI f SE $\forall x \in (a,b)$ SI HA $F'(x) = f(x)$.

PROP. 1 DATE $f, F, G \in C([a,b])$ CON F E G DERIVABILI SU (a,b) E TALI CHE ENTRAMBE SIANO PRIMITIVE DI f. ALLORA $\exists k \in \mathbb{R}$ TALE CHE $G(x) = F(x) + k$ PER OGNI $x \in [a,b]$.

DIMO BASTA MOSTRARE CHE LA FUNZIONE DIFFERENZA $H(x) = G(x) - F(x)$ È COSTANTE.
A TALE SCOPO SI OSSERVI CHE, $\forall x \in (a,b)$ SI HA:

$$H'(x) = (G(x) - F(x))' = G'(x) - F'(x) = f(x) - f(x) = 0$$

SE PER ASSURDO $H(x)$ NON FOSSE COSTANTE ESISTEREBBERO $x_1, x_2 \in [a,b]$ TALI CHE $H(x_1) \neq H(x_2)$ E QUINDI

$$\frac{H(x_1) - H(x_2)}{x_1 - x_2} = \lambda \neq 0$$

MA PER IL TEO. DI LAGRANGE APPLICATO SU $[x_1, x_2]$, ABBIAMO CHE $\exists c \in (x_1, x_2)$ TALE CHE:

$$H'(c) = \frac{H(x_1) - H(x_2)}{x_1 - x_2} = \lambda \neq 0$$

CHE È ASSURDO PERCHÉ $H'(x) = 0$ $\forall x \in (a,b)$. QUINDI $H(x)$ È COSTANTE.