Analisi Matematica 2 - A.A. 21/22 - Callegari

Lezione 1

7 Marzo 2022

INFO (ISCRIVERSI SU DELPHI)

Il team del corso e': CALLEGARI-8067497-ANALISI_MATEMATICA_2
Il codice per partecipare al team e': uq3ehaq

DOCENTE CALLEGARI EMANUELE

MAIL: CALLEGAR@MAT.UNIROMA2.IT

RICEVIMENTO: ON-LINE 15-18 (MERCOLEDI)

LIBRO DI TESTO:
1) DISPENSE
2) FUSCO-MARCELLINI-SBORDONE ANALISI MATEMATICA 2 (1) ZANICHELLI
3) GIUSTI ANALISI MATEMATICA 2 (1) BORINGHIERI

ESAME: SCRITTO + ORALE

ESONERI: $\boxed{SI}$ I° ESONERO: MERCOLEDI 27 APRILE

II° ESONERO: ??

SCRITTO E ORALE NELLA STESSA SESSIONE

TUTOR: LUCA GIORGETTI
FA LA LEZIONE DEL MARTEDI
A PARTIRE DALLA II SETTIMANA

COMPITINI: SI (SOFT)

PROGRAMMA:
- INTEGRALI
- INTEGRALI IMPROPRI
- NUMERI COMPLESSI
- SERIE

} I° PARTE

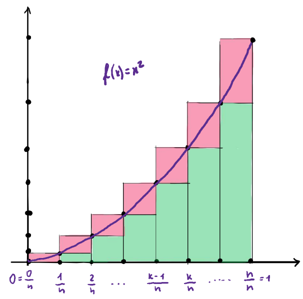
- FUNZ PIU VAR. (DIFF.)
- EQUAZIONI DIFF.

} II° PARTE

$$1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\to 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$



$$s_n=\frac{1}{n}\cdot\frac{1^2}{n^2}+\frac{1}{n}\cdot\frac{2^2}{n^2}+\dots+\frac{1}{n}\cdot\frac{(k-1)^2}{n^2}+\dots+\frac{1}{n}\cdot\frac{(n-1)^2}{n^2}=$$

$$=\frac{1}{n^3}\left(1^2+2^2+\dots+(n-1)^2\right)=\frac{1}{n^{\cancel{3}2}}\frac{(n-1)\cancel{n}(2n-1)}{6}=$$

$$=\frac{2n^2-3n+1}{6n^2}=\frac{1}{3}-\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n^2}=\frac{1}{3}-\frac{1}{2n}\left(1-\frac{1}{3n}\right)\to\frac{1}{3}$$

$$S_n=\frac{1}{n}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{1}{n}\cdot\left(\frac{2}{n}\right)^2+\dots+\frac{1}{n}\left(\frac{n-1}{n}\right)^2+\frac{1}{n}\left(\frac{n}{n}\right)^2=$$

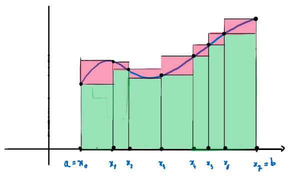
$$=\frac{1}{n^3}\left(1^2+2^2+\dots+n^2\right)=\frac{\cancel{n}(n+1)(2n+1)}{6n^{\cancel{3}2}}=\frac{2n^2+3n+1}{6n^2}=$$

$$=\frac{1}{3}+\boxed{\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n^2}}$$

INTEGRALE DI RIEMANN

(DEFINIZIONE E ESEMPI)

$\boxed{\text{DEF.1}}$ DATO $[a,b]\subset\mathbb{R}$ DIREMO CHE $P=\{x_0,\dots,x_n\}$ È UNA PARTIZIONE DI $[a,b]$ SE $a=x_0<x_1<\dots<x_n=b$



$\boxed{\text{DEF.2}}$ DATI $[a,b]\subset\mathbb{R}$, $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ LIMITATA E $P=\{x_0,\dots,x_n\}$ PART. DI $[a,b]$ DEFINIAMO

$$\to s(f,P)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_{i-1})\cdot \text{INF}\{f(x)\mid x\in[x_{i-1},x_i]\}$$

$$\to S(f,P)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_{i-1})\cdot \text{SUP}\{f(x)\mid x\in[x_{i-1},x_i]\}$$

$\boxed{\text{DEF.3}}$ DATI $[a,b]\subset\mathbb{R}$ $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ LIMITATA, DEFINIAMO

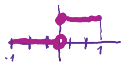
$$\int^{-}_{[a,b]}f(x)=\text{SUP}\{s(f,P)\mid P \text{ PARTIZ. DI } [a,b]\}$$

ES. CATTIVO

$f(x)$

$$\to P_1=\{-1,0,1\}$$

$$P_2=\left\{-1,-\frac{3}{5},-\frac{1}{5},\frac{1}{5},\frac{3}{5},1\right\}$$



$$s(f,P_1)=1\cdot 0+1\cdot 1<1$$

$$s(f,P_2)=\frac{2}{5}\cdot 0+\frac{2}{5}\cdot 0+\frac{2}{5}\cdot 0+\frac{2}{5}\cdot 1+\frac{2}{5}\cdot 1=\frac{6}{5}$$

$$s_n\leq A\leq S_n \quad \forall n\in\mathbb{N}$$

$$s_n\to\frac{1}{3} \qquad S_n\to\frac{1}{3}$$

AREA SOTTO A $\boxed{x^3}$ TRA 0 E 1

e^x 0 1

$\frac{1}{x}$ 1 2 $\boxed{\ln 2}$

$$\int^{-}_{[0,1]}x^2\geq\frac{1}{3}$$

$$\int^{+}_{[0,1]}x^2\leq\frac{1}{3}$$

?

$$\frac{1}{3}\leq\int^{-}_{[0,1]}x^2\ \boxed{\leq}\ \int^{+}_{[0,1]}x^2\leq\frac{1}{3}$$

$$\int^{+}_{[a,b]}f(x)=\text{INF}\{S(f,P)\mid P \text{ PART. DI } [a,b]\}$$

$\boxed{\text{DEF.4}}$ DATI $[a,b]\subset\mathbb{R}$ $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ LIMITATA,

SE $\int^{+}_{[a,b]}f(x)=\int^{-}_{[a,b]}f(x)$ DIREMO CHE

f È R-INTEGRABILE SU $[a,b]$ E IL VALORE $\lambda=$ SI DICE INT. DI RIEMANN DI f SU $[a,b]$

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx}$$

$\boxed{\text{DEF.}}$ DATI $[a,b]\subset\mathbb{R}$ E P_1 E P_2 PART. DI $[a,b]$

DIREMO CHE $P_1 \succ P_2$ (più fine di) SE

$$P_2\subset P_1$$

$\boxed{\text{TEO}}$ DATI $[a,b]\subset\mathbb{R}$, $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ LIMITATA E P_1, P_2 PART. DI $[a,b]$ t.c. $P_1<P_2$

ALLORA
$$\boxed{\begin{array}{l} s(f,P_1)<s(f,P_2) \\ S(f,P_1)>S(f,P_2)\end{array}}$$

$\boxed{\text{DIM}}$ BASTA DIMOSTRARLO NEL CASO

$$P_1=\{x_0,x_1,\dots,x_{k-1},x_k,\dots,x_n\}$$

$$P_2=\{x_0,x_1,\dots,x_{k-1},\bar{x},x_k,\dots,x_n\}$$

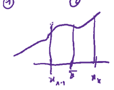
$$\boxed{m_i=\text{INF}\{f(x)\mid x\in[x_{i-1},x_i]\}}$$

$$s(f,P_1)=(x_1-x_0)\cdot m_1+(x_2-x_1)\cdot m+\dots+\boxed{(x_k-x_{k-1})\cdot m_k}+\dots(x_n-x_{n-1})m_n$$

$$s(f,P_2)=\dots\dots+\boxed{\underbrace{(\bar{x}-x_{k-1})\cdot m'}_{1}+\underbrace{(x_k-\bar{x})\,m''}_{2}}\dots$$

$$1\geq(\bar{x}-x_{k-1})\cdot m_k$$

$$2\geq(x_k-\bar{x})\,m_k$$



$$s(f,P)\leq S(f,P)$$

$$s(f,P_1)\leq S(f,P_2)$$

?

$$P=P_1\cup P_2$$

$$\boxed{s(f,P_1)\leq s(f,P)\leq S(f,P)\leq S(f,P_2)}$$

$\boxed{\text{TEO 2}}$ DATI $[a,b]\subset\mathbb{R}$ $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ LIMITATA E P_1, P_2 PART. DI $[a,b]$ ALLORA

$$s(f,P_1)\leq S(f,P_2)$$

$\boxed{\text{COROLL.}}$
$$\boxed{\int^{-}_{[a,b]}f\leq\int^{+}_{[a,b]}f}$$