

Lezione 16

Serie con termini a segno variabile

1) CRITERIO DI CAUCHY (... DAILE LEZIONE 14)

1) C.R. CONV. ASSOLUTA

2) ADD. VAL. VOSTRA (S) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

3) C.R. ELEMENTI

4) ES. EMPY $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(-\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

5) CRITERIO DI ABEL

T.1 (C.R. CAUCHY)

DATA (a_n) A TERM. STR. POS. SODDISFAMO CHE

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 - \frac{\alpha}{n} + o(\frac{1}{n}) \quad (\text{CON } \alpha > 0)$$

ALLORA:

1) SE $\alpha > 1$ $\sum a_n$ CONV.

2) SE $0 < \alpha \leq 1$ $\sum a_n$ DIV.

PROV.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n a_k$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n (1 - \frac{\alpha}{k} + o(\frac{1}{k}))$ $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\alpha}{n} + o(\frac{1}{n}))$ $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{\alpha}{n} + o(\frac{1}{n}))$

$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 - \frac{\alpha}{n} + o(\frac{1}{n})$ $\alpha > 1$ $\sum a_n$ CONV.

PROVANDO IL CRITERIO $b_n = \frac{a_n}{n^{\alpha}}$ ALLORA $\sum b_n$ CONV.

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{n^{\alpha}}{(n+1)^{\alpha}} = (1 - \frac{\alpha}{n} + o(\frac{1}{n})) \cdot (1 - \frac{\alpha}{n+1} + o(\frac{1}{n+1}))$ $\frac{b_{n+1}}{b_n} = 1 - \frac{\alpha}{n} - \frac{\alpha}{n+1} + o(\frac{1}{n}) + o(\frac{1}{n+1})$ $\frac{b_{n+1}}{b_n} = 1 - \frac{2\alpha}{n} + o(\frac{1}{n})$ $\frac{b_{n+1}}{b_n} = 1 - \frac{2\alpha}{n} + o(\frac{1}{n})$

$\sum a_n$ CONV.

2) $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 - \frac{\alpha}{n} + o(\frac{1}{n})$ $\alpha \leq 1$ $\sum a_n$ DIV.

PROVANDO IL CRITERIO $b_n = \frac{a_n}{n^{\alpha}}$ E CONSIDERARE $b_n = \frac{a_n}{n^{\alpha}}$

$\frac{b_{n+1}}{b_n} = 1 - \frac{\alpha}{n} + o(\frac{1}{n})$ $\alpha \leq 1$ $\sum a_n$ DIV.

C.R. CONT. RAPPRES.

$\sum a_n$ DIV.

T.2 (C.R. CONV. ASS.)

DATA (a_n) SE $\sum |a_n|$ CONV. ALLORA $\sum a_n$ CONV.

PROV.

$b_n = \max(a_n, 0)$ $c_n = \max(-a_n, 0) = \max(a_n, 0)$

$|a_n| = b_n + c_n$ $\sum |a_n|$ CONV. $\sum b_n$ CONV. $\sum c_n$ CONV.

$a_n = b_n - c_n \Rightarrow \sum a_n$ CONV. PERCA' COMB. LINEARI DI SERIE CONV.

PROV. 2) $\sum |a_n|$ DIV. $\sum a_n$ NON CONV.

PROV. $\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n a_k$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n (-1)^k$ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

$\sum |a_n| = \sum \frac{1}{n}$ DIV.

$\sum a_n$ CONV. PER C.R. L.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

$S_{2n} - S_n \rightarrow L$ $S_{2n+1} - S_{n+1} \rightarrow L$

$S_{2n+1} - S_{n+1} \rightarrow 0$ $S_{2n+1} - S_{n+1} \rightarrow 0$

$S_{2n+1} - S_{n+1} \rightarrow 0$ $S_{2n+1} - S_{n+1} \rightarrow 0$

T.3 (R. LEIBNIZ)

DATA (a_n) T.P. $a_n \rightarrow 0$ DECRESCENTE ALLORA $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ CONV.

PROV.

$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ $S_{2n} = a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$

$S_{2n+1} = S_{2n} + a_{2n+1}$ $S_{2n+1} = S_{2n} + a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

$S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$ $S_{2n+1} - S_{2n} = a_{2n+1}$

Analisi Matematica 1 - Lista n. 31

Studio del carattere di Serie a Termini di segno qualsiasi

www.problemivolti.it

Soluzioni immagini semplici e variabili delle seguenti serie:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

7) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

9) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

11) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

13) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 14) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

15) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 16) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

17) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

19) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 20) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

21) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 22) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

23) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 24) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

25) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 26) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

27) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 28) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

29) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 30) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

31) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 32) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

33) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 34) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

35) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 36) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

37) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 38) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

39) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 40) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

41) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 42) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

43) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 44) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

45) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 46) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

47) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 48) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

49) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 50) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

51) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 52) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

53) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 54) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

55) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 56) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

57) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 58) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

59) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 60) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

61) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 62) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

63) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 64) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

65) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 66) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

67) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 68) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

69) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 70) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

71) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 72) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

73) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 74) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

75) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 76) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

77) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 78) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

79) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 80) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

81) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 82) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

83) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 84) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

85) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 86) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

87) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 88) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

89) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ 90) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

CONV. PER L.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{1}{n})$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$