

Lezione 2: \mathbb{R} e i suoi sottoinsiemi

INDICE DELLA LEZIONE

1) \mathbb{R}

a) DEF.

b) VERIFICA DI ALCUNE PROPRIETÀ:

b₁) UNICITÀ 0

b₂) $0 \cdot a = 0$

b₃) $(-1) \cdot a = -a$

b₄)

2) \mathbb{N}

a) DEF

b) VERIFICA DI ALCUNE PROPRIETÀ

b₁) \mathbb{N} È INDUTTIVO

b₂) STABILITÀ RISPETTO A "+"

b₃) STABILITÀ RISPETTO A "0"

b₄) NON LIMITATEZZA

b₅) PROPRIETÀ ARCHIMEDEA

13) DEF. DI \mathbb{Z} E \mathbb{Q}

4) DENSITÀ DI \mathbb{Q}

"+" : $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

DEF. 1 $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$

-
- 1) $\exists 0 \in \mathbb{R}$ t.c. $\forall a \in \mathbb{R} \quad a+0 = 0+a = a$ (esist. el. neutro)
 - 2) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \quad (a+b)+c = a+(b+c)$ (assoc.)
 - 3) $\forall a \in \mathbb{R} \quad \exists b \in \mathbb{R}$ t.c. $a+b = 0$ (es. inverso)
 - 4) $\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a+b = b+a$ (comut.)
 - 5) $\exists 1 \in \mathbb{R}$ t.c. $\forall a \in \mathbb{R} - \{0\} \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
 - 6) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
 - 7) $\forall a \in \mathbb{R} - \{0\} \quad \exists b \in \mathbb{R} - \{0\}$ t.c. $a \cdot b = 1$
 - 8) $\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a \cdot b = b \cdot a$
 - 9) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \quad a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$

T.1 EL. NEUTRO ADDIZIONE È UNICO

DIM P.A. SIA $0'$ EL NEUTRO

$$0' = 0 + 0' = 0' + 0 = 0$$

$0'$ è el neutro

perché 0 è el neutro

T.2 $\forall a \in \mathbb{R} \quad a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$

$$a \cdot 0 = a \cdot (0+0) = a \cdot 0 + a \cdot 0$$