

Lezione 3: Proprietà di \mathbb{Q}

INDICE

[... DA LEZIONE SCORSA]

- \mathbb{N} È STABILE PER "+" E PER "."

1) DEF. DI \mathbb{Z}

2) DEF. DI \mathbb{Q}

3) \mathbb{Q} È STABILE PER "+" E PER "."

4) \mathbb{Q} È DENSO IN \mathbb{R}

5) $\nexists x \in \mathbb{Q} \text{ t.c. } x^2 = 2$

6) $\exists x \in \mathbb{R} \text{ t.c. } x^2 = 2$

7) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ È DENSO.

8) \mathbb{Q} NON È COMPLETO.

PROSSIMA VOLTA

T. \mathbb{N} È STABILE PER "+" E "·".

D/M

"+"

$m \in \mathbb{N}$

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid m+n \in \mathbb{N}\}$$

$$A = \mathbb{N} \quad ?$$

BASTA MOSTRARE CHE A È INDUTTIVO

1) $1 \in A$ (?) SÌ PERCHÉ \mathbb{N} È INDUTTIVO

2) $\overbrace{n \in A}^*$ $\Rightarrow n+1 \in A$ $m+(n+1) \in \mathbb{N}$?

\Downarrow

$$\underline{m+n \in \mathbb{N}}$$

$$m+(n+1) = (m+n)+1 \in \mathbb{N}$$

\uparrow

PERCHÉ $m+n \in \mathbb{N}$ IN QUANTO
VALE LA (*)

INDUTTO SÌ COME \mathbb{N} È INDUTTIVO

SE $(n+m) \in \mathbb{N}$ ANCHE $(n+m)+1$
 $\in \mathbb{N}$

A È INDUTTIVO

\Downarrow

$$A \supset \mathbb{N}$$

$$\mathbb{N} \supset A$$

$$\Rightarrow A = \mathbb{N}$$

01 • 11

$$n, m \in \mathbb{N} \Rightarrow n \cdot m \in \mathbb{N}$$

$$m \quad A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \cdot m \in \mathbb{N}\} \quad A \neq \mathbb{N}$$

1) $1 \in A$ (SI PERCHÉ 1 È EL. NEUTRO "•")

2) $n \in A \Rightarrow \frac{n+1}{1} \in A$

$$(n+1) \cdot m \stackrel{?}{\in} \mathbb{N}$$

$$(n \cdot m) + (1 \cdot m) \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{c} \rightarrow \mathbb{N} \\ \mathbb{N} \end{array} \quad m$$

$\rightarrow A$ INDUTTIVO

\Downarrow

$$\mathbb{N} \subset A$$

$$\Rightarrow A = \mathbb{N}$$

$$\rightarrow A \subset \mathbb{N}$$