

Lezione 4: Funzione Esponenziale

INDICE

[... DA LEZ. SCORSA]

- 1) ESISTENZA RADICE QUADRATA
- 2) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- 3) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ È DENSO

\mathbb{Q}^x

- 1) $x \in \mathbb{N}$ DEF. E PROPRIETÀ
- 2) $x \in \mathbb{Z}$ (IDEM)
- 3) $x \in \mathbb{Q}$ IDEM + MONOTONIA E DENSITÀ DI IMMAGINE
- 4) $x \in \mathbb{R}$ (IDEM)

FUNZIONE ESPONENZIALE

$$1) \quad x \in \mathbb{N} \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ VOLTE}} \\ x = n$$

$$a^n = \begin{cases} 1 & \text{SE } n=0 \\ a^{n-1} \cdot a & \text{SE } n \geq 1 \end{cases}$$

$$\left[\begin{aligned} a^n \cdot a^m &= a^{n+m} \\ a^n : a^m &= a^{n-m} && n \geq m \\ (a^m)^n &= a^{n \cdot m} \\ (a \cdot b)^n &= a^n \cdot b^n \\ \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \frac{a^n}{b^n} \end{aligned} \right.$$

$$\underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a)}_n \cdot \underbrace{(a \cdot \dots \cdot a)}_m = a^{n+m}$$

$$2) \quad x \in \mathbb{Z} \text{ con } n < 0 \quad \boxed{n = -n}$$

$$a^n = \frac{1}{a^n}$$

$a > 0$

$$3) \text{ 26 } \textcircled{2} \quad x = \frac{m}{n} \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

БЕМ ДЕРИМДА ПЕРСОНА $\sqrt[n]{a^m} =$
 $= \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} \quad \forall k \in \mathbb{N}$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} = \sqrt[n]{\left(\frac{1}{a}\right)^m}$$

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}} ?}$$

$$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[q]{a^p}$$

$$\sqrt[nq]{a^{mq}} \cdot \sqrt[nq]{a^{pn}} = \sqrt[nq]{a^{mq} \cdot a^{pn}} =$$

$$= \sqrt[nq]{a^{mq+pn}} = a^{\frac{mq+pn}{nq}} = \boxed{a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}}}$$