Analisi Matematica 1 - 2 Ottobre 2024 - docente: Callegari

Lezione 5: Topologia di R

INDICE

1) INTORNI
2) P.T. INTERNI, ESTERNI, DI FRONTIERA
3) P.T. DI ACCUMULAZIONE, P.T. ISOLATI
4) INSIEMI APERTI, CHIUSI, DENSI, DISCRETI
5) CARATTERIZZAZIONE DEI CHIUSI
6) $\cup$ E $\cap$ FINITE E INFINITE DI APERTI/CHIUSI

1) A^c APERTO
2) $\partial A \subset A$
3) $DA \subset A$

$x \in \partial A$

$\Updownarrow$

$\boxed{\text{AM1-Callegari-AA2324}}$

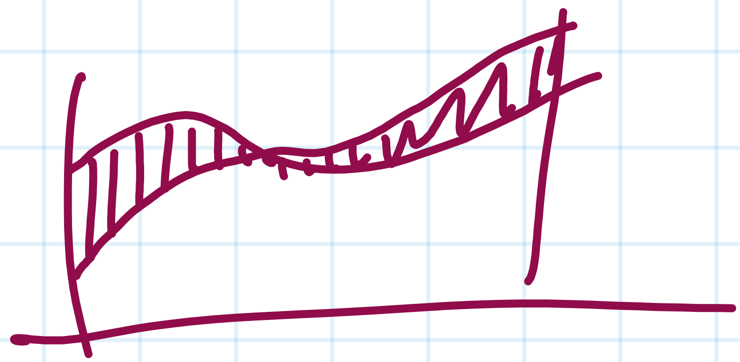
MINUSCOLO

ikf 4399

$\boxed{\text{DEF. 1}}$ DATO $x_0 \in \mathbb{R}$ e $\rho > 0$ DEFINIAMO

$$I_{x_0}(\rho) = \{ x \in \mathbb{R} \mid |x - x_0| < \rho \}$$

$$= (x_0 - \rho, x_0 + \rho)$$



$\boxed{\text{DEF. 2}}$ DATI $A \subset \mathbb{R}$ E $x_0 \in \mathbb{R}$ DIREMO CHE

1) x_0 È INTERNO AD A SE $\exists \rho > 0$ t.c.

$$I_{x_0}(\rho) \subset A$$

2) x_0 È ESTERNO AD A SE $\exists \rho > 0$ t.c.

$$I_{x_0}(\rho) \cap A = \emptyset$$

→ 3) x_0 È DI FRONTIERA PER A SE $\forall \rho > 0$

$$I_{x_0}(\rho) \cap A \neq \emptyset \quad I_{x_0}(\rho) \cap A^c \neq \emptyset$$

(1) x_0 È DI FRONTIERA

(1) x_0 NON È NÉ INTERNO NÉ ESTERNO

$$\neg\left(\left(\exists \rho>0 \text{ t.c. } I_{x_0}(\rho)\subset A\right) \circ \left(\exists \rho>0 \text{ t.c. } I_{x_0}(\rho)\subset A^c\right)\right) =$$

$$= \left(\neg\left(\exists \rho>0 \text{ t.c. } I_{x_0}(\rho)\subset A\right) \text{ e } \neg\left(\exists \rho>0 \text{ t.c. } I_{x_0}(\rho) \subset A^c\right)\right.$$

$$\left(\forall \rho>0 \quad I_{x_0}(\rho)\not\subset A\right) \text{ e } \left(\forall \rho>0 \quad I_{x_0}(\rho)\not\subset A^c\right)$$

$$\forall \rho \quad I_x(\rho) \cap A \neq \emptyset$$

$$\cap A_c \neq \emptyset$$

$\boxed{\text{DEF. 3}}$ DATI $A\subset\mathbb{R}$ E $x_0\in\mathbb{R}$ DIREMO CHE

1) x_0 È DI ACCUMULAZIONE PER A SE