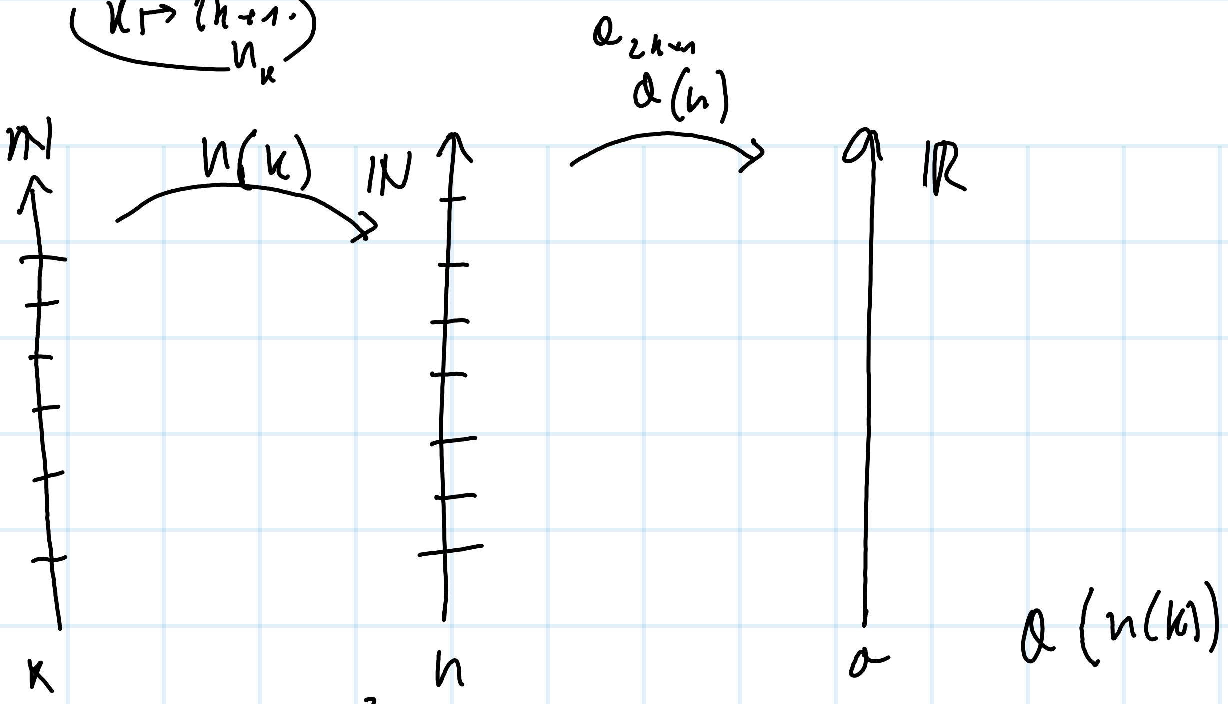
Analisi Matematica 1 - 16 Ottobre 2024 - docente: Callegari

Lezione 11: Sottosuccessioni, topologia, succ. di Cauchy

INDICE

1) SOTTOSUCCESSIONI
2) SOTTOSUCC. DI UNA SUCC. CONVERGENTE
3) T. DI BOLZANO-WEIERSRASS
4) SUCCESSIONI E TOPOLOGIA:
   A) CARATTERIZZAZIONE DEGLI INSIEMI CHIUSI CON LE SUCCESSIONI
   B) DEF. DI COMPATTO
   C) CARATTERIZZ. DI INSIEME COMPATTO
5) SUCCESSIONI DI CAUCHY
   A) DEFINIZIONE
   B) LIMITATEZZA
   C) EQUIVALENZA CON CONVERGENTI
   D) COMPLETEZZA

PROSSIMA LEZIONE



$n : k \to k^2$

$a : n \mapsto a_n$

a_{k^2}

$a_1, a_4, a_9, a_{16}, \dots$

$$\underbrace{a_{k^2}}_{n_k} = a(k^2)$$

$\boxed{\text{DEF. 1}}$ DATA (a_n) SUCC. A VALORI IN $\mathbb{R}$ DIREMO CHE (a_{n_k}) È UNA SOTTOSUCC. DI (a_n) SE $n_k : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $k \mapsto n_k$ È STRETT. CRESCENTE.

$\boxed{\text{T. 1}}$ DATA (a_n), SE $a_n \to l \in \mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{+\infty, -\infty\}$ ALLORA OGNI (a_{n_k}) SOTTOSUCC. DI (a_n) SODDISFA $a_{n_k} \to l$

$\boxed{\text{DIM}}$ $\forall \varepsilon > 0 \ \exists n_0 \in \mathbb{N}$ t.c. $\underline{n \geq n_0 \Rightarrow |a_n - l| < \varepsilon}$ SO QUESTA

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists k_0 \in \mathbb{N}$ t.c. $k \geq k_0 \Rightarrow |a_{n_k} - l| < \varepsilon$ $\cancel{?}$ SI