

ELEMENTI DI COMBINATORIA RICORSIVA

ESERCIZI

PRIMA PARTE: problemi quasi identici a quelli svolti a lezione

- 1) Una pulce si trova inizialmente nella casella segnata in rosso della tabella di 3 caselle rappresentate in figura 1. Quanti diversi percorsi di 10 salti può fare? (un "percorso" è una sequenza di salti tra caselle contigue, cioè aventi un lato in comune)



figura 1

- 2) Come il problema (1), ma con la tabella riportata in figura 2, cominciando il percorso sempre dalle caselle rosse.

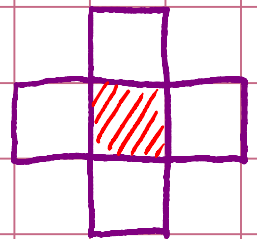


figura 2

- 3) Come il problema (1), ma con la tabella riportata in figura 3, cominciando il percorso sempre dalle caselle rosse.



figura 3

- 4) Quante sono le parole lunghe 10 lettere, non contenenti lettere diverse da A, B e C e tali che due lettere vicine non siano mai uguali?
- 5) Quante sono le parole lunghe 10 lettere, non contenenti lettere diverse da A, B e C e tali che due lettere vicine non siano mai entrambe delle consonanti?

- 6) Nella scacchiera 3×4 rappresentata nella figura 4 un cavallo (del gioco degli scacchi) si trova inizialmente nella casella segnata in rosso. Quanti diversi percorsi lunghi 6 mosse può fare? (ovviamente muovendo secondo le regole degli scacchi)

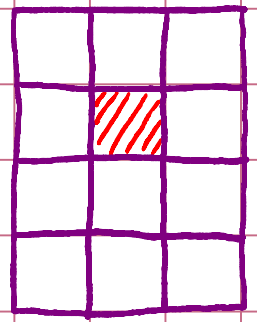


figura 4

- 7) Siano date 100 rette in un piano tali che:
- 1) comunque se ne prendano 2, non sono parallele.
 - 2) comunque se ne prendano 3, non concorrono nello stesso punto.
- Tra le regioni in cui il piano viene suddiviso da tali rette, quante sono quelle limitate?

SECONDA PARTE: altri problemi.

- 8) Nella scacchiera 3×3 rappresentata nella figura 5 il re (del gioco degli scacchi) si trova inizialmente nella casella segnata in rosso. Quanti sono i diversi percorsi di 6 mosse che lo riportano nella posizione di partenza?

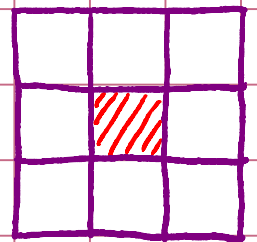


figura 5

- 9) Un gruppo di 10 amici va al cinema. Comprano 10 biglietti che corrispondono alle poltroncine delle prime file numerate da 1 a 10 e ne prendono uno ciascuno. Quando però entrano e si vedono, occupando i 10 posti a loro assegnati, non fanno troppa attenzione a sedersi esattamente nel posto che corrisponde al proprio biglietto: ciascuno occupa una poltroncina il cui numero differisce (per eccesso o per difetto) al massimo di 1 dal numero del biglietto che possiede. In quanti modi diversi possono sedersi?

- 10) In quanti modi diversi posso ricoprire la tabella disegnata in figura 6 usando 10 tessere da domino delle dimensioni indicate nella figura?

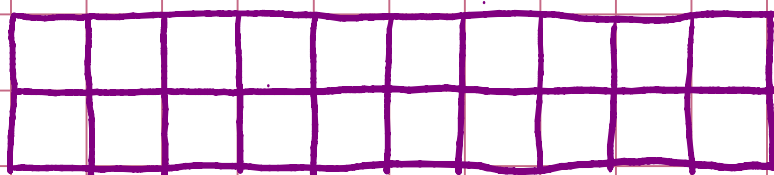
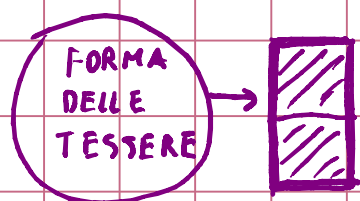


figura 6

- 11) Come il problema (10) ma la tabella è 3×10 (anziché 2×10) e le 10 tessere da domino sono 3×1 (anziché 2×1).
- 12) Sulla superficie di una sfera si tracciano 100 circonferenze massime (cioè circonferenze grandi come l'equatore) in modo tale che per nessun punto della superficie sferica passano più di 2 circonferenze. In quante regioni rimane suddivisa la superficie della sfera?
- 13) Dire quante sono le sequenze di 10 numeri $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10})$ dotate delle seguenti proprietà:
- 1) ciascuno degli a_i vale 0, +1 o -1.
 - 2) per ogni $k=1, \dots, 10$ si ha $|a_1 + a_2 + \dots + a_k| \leq 1$.
- 14) Dire in quanti modi posso mettere in fila i numeri interi da 1 a 10 in modo che siano rispettate le seguenti regole:
- 1) il primo numero della fila è sempre "1"
 - 2) la differenza tra due numeri che occupano posizioni consecutive nella fila non è mai superiore a 2.