

# EQUAZIONI DIOFANTEE LINEARI

## PRIMA PARTE: problemi quasi identici a quelli svolti a lezione

- 1) Ho 2 sacchi di farina: uno ne contiene  $1001\text{ kg}$  e l'altro  $999\text{ kg}$ .  
Per travasare la farina da un sacco all'altro dispongo di 2 barattoli: uno può contenere  $8\text{ kg}$  di farina, l'altro  $5\text{ kg}$ .  
Come faccio a travasare la farina tra i 2 sacchi, usando solo i due barattoli, in modo che, alla fine, contengano la stessa quantità di farina?
- 2) Come il prob. (1), ma usando un barattolo da  $133\text{ kg}$  e uno da  $58\text{ kg}$ .
- 3) Come il prob. (2), ma la situazione finale che voglio ottenere è diversa: nel sacco che inizialmente ha  $1001\text{ kg}$  di farina voglio, dopo il travaso, che ce ne siano  $1012\text{ kg}$ . Inoltre voglio farlo con il minor numero possibile di operazioni.
- 4) Ho una bilancia a piatti e dispongo di una quantità illimitata di pesetti da  $48\text{ g}$  e da  $30\text{ g}$ , che posso mettere in entrambi i piatti della bilancia?  
Sono in grado di pesare la quantità di  $100\text{ g}$  di zucchero?  
E di  $120\text{ g}$ ?  
Quando la risposta è affermativa spiegare come si può farlo utilizzando il minor numero possibile di pesetti.

Per ciascuna delle seguenti equazioni diofantee lineari, trovare, se ce ne sono, tutte le coppie  $(x, y)$  di numeri interi che le soddisfanno:

5)  $198x + 165y = 66$

6)  $1001x + 242y = 128$

7)  $610x + 377y = 1$

8)  $610x + 377y = 144$  (occhio alla scorciatoia!!)

## SECONDA PARTE: altri problemi.

9) Una pulce si sposta su una retta saltando. Può fare salti, in avanti o all'indietro, lunghi  $199 \text{ cm}$  o  $78 \text{ cm}$ .

Qual è il minimo numero di salti che deve fare, se vuole spostarsi esattamente di  $2 \text{ metri}$ .

10) In una retta fissiamo 2 punti  $P$  e  $Q$  in modo che  $PQ = 71 \text{ cm}$  e orientiamo la retta in modo che la direzione positiva sia quella che va da  $P$  a  $Q$ . Una pulce parte da  $P$  e si sposta nella direzione positiva della retta, compiendo salti lunghi  $101 \text{ cm}$ . Un'altra pulce parte da  $Q$  e si sposta nella direzione positiva della retta, compiendo salti lunghi  $128 \text{ cm}$ . Sia  $T$  il punto più vicino a  $Q$  che viene toccato da entrambe le pulci. Quanto misura il segmento  $PT$ ?

Risolvere le seguenti equazioni diofantee:

11)  $19x - 24y = 81$

12)  $31x - 70y = -8$

13) Trovare, se esiste, una terna di interi  $(x, y, z)$  tale che

$$91x + 77y + 143z = 1$$

14) Trovare il più piccolo multiplo di 980 tale che; se lo divido per 143, ottengo come resto 17.

15) Dire per quali valori interi di  $\alpha$  la seguente equazione diofantea ammette soluzione:

$$198x + 363y + 286z = \alpha$$