# Fattorizzazione in Q[x]

Titolo nota

L.S.S. Peano, Monterotondo (RM) - Stage di preparazione alle Olimpiadi della Matematica

2 Novembre 2016 - docente: Prof. **Emanuele Callegari** - Università di Roma ***Tor Vergata***

www.problemisvolti.it

ISTRUZIONI PER I RAGAZZI: AVETE 1h E 30 min. PER CIMENTARVI CON QUESTA LISTA DI PROBLEMI. ALCUNI RIUSCIRETE A FARLI, ALTRI NO. COMUNQUE, NELLA LEZIONE CHE SEGUIRÀ, VI MOSTRERÒ COME SI FACEVANO TUTTI. VI RICORDO CHE COL SIMBOLO "Q[x]" INTENDO L'INSIEME DEI POLINOMI A COEFFICIENTI RAZIONALI, QUINDI FATTORIZZARE UN POLINOMIO IN Q[x] SIGNIFICA SCRIVERLO COME PRODOTTO DI POLINOMI A COEFFICIENTI RAZIONALI. AD ESEMPIO $(x^2-4)=(x+2)(x-2)$ MENTRE $(x^2-2)$ NON È ULTERIORMENTE FATTORIZZABILE IN Q[x], VISTO CHE SE SCRIVO $(x^2-2)=(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$ I DUE POLINOMI DELLA FATTORIZZAZIONE NON HANNO I COEFFICIENTI RAZIONALI.

NELLA LEZIONE CHE SEGUIRÀ QUESTA ESERCITAZIONE, PRENDERÒ SPUNTO DAI PROBLEMI DI QUESTA LISTA PER SPIEGARE: 1) RELAZIONE TRA FATTORIZZAZIONE IN Q[x] E IN Z[x] (LEMMA DI GAUSS), 2) RICERCA DEI FATTORI DI I° GRADO IN Q[x], 3) IRRIDUCIBILITÀ IN Z[x] (CRITERIO DI EISENSTEIN), 4) MCD(P(x), Q(x)), 5) CONGRUENZE MOD P(x), 6) RICERCA DI FATTORI MULTIPLI, ECC.

## FATTORIZZARE IN Q[x] I SEGUENTI POLINOMI

1) $P(x)=x^3+x^2-3x-3$

2) $P(x)=2x^4-7x^3+4x^2-2x-3$

3) $P(x)=6x^7+25x^6+35x^5+35x^4+35x^3+35x^2+29x+10$

4) $P(x)=x^5-3x^4+3x^3-4x^2-x-2$

5) $P(x)=2x^6+4x^5-8x^3-16x^2+x+2$

6) $P(x)=x^{11}-3x^{10}-10x+30$

7) $P(x)=x^6+5x^5+6x^4+5x^3+2x^2+4x+5$

8) $P(x)=3x^6-7x^5+6x^4-x^3+17x^2+13x-31$

GARA PROVINCIALE FEBBRAIO 2009.

$\boxed{\text{P.B 12}}$ FATTORIZZARE IN $\mathbb{Z}[x]$ IL POLINOMIO $P(x)=x^{16}+x$

9) TROVARE $MCD(x^6+x^5+x^4+6x^3+3x^2+2x+6,\ x^6+x^5-x^4+3x^3+2x^2-2x+4)$

10) TROVARE IL RESTO DELLA DIVISIONE $(x^{39}-x^{15}+6x+1):(x^8-x-1)$

11) FATTORIZZARE IN Q[x] IL POLINOMIO $P(x)=x^6+2x^5+x^4+2x^3-x^2-4x+2$ SAPENDO CHE HA FATTORI MULTIPLI, CIOÈ DEL TIPO $(Q(x))^k$ CON $k\geq 2$.