

Roma, 18 Gennaio 2019

Stage Olimpico Urbi et Orbi

Modulo n.6 - gara a tema: **Quozientare (e altro) in Combinatoria**

IMPORTANTE. Per venire incontro alle richieste di molte scuole abbiamo anticipato di mezz'ora l'orario di inizio della gara (14:30 invece che 15:00) Vi chiedo cortesemente di rispettare l'orario stabilito: consentire ai propri studenti di cominciare prima togliendo la possibilità di divertirsi ai ragazzi che iniziano all'ora giusta.

I parte: problemi standard

1. In quanti modi diversi 8 amici possono sedersi ad una tavola rotonda con 8 posti? (due modi vanno considerati uguali, e quindi vanno contati una sola volta, se esiste una rotazione del tavolo che li fa coincidere)
2. In quanti modi diversi 8 amici possono sedersi ad una tavola rotonda con 8 posti? (due modi vanno considerati uguali, e quindi vanno contati una sola volta, se ognuno è accanto alle stesse persone, senza tener conto di chi sia quello che gli sta a destra e quello che gli sta a sinistra)
3. In una classe di 20 bimbi, ogni bimbo ha gli occhi marroni o azzurri e i capelli neri o biondi. Si sa inoltre che i bimbi con i capelli neri sono 15, quelli con gli occhi marroni sono 14 e quelli biondi con gli occhi azzurri sono 3. Quanti sono i bimbi con i capelli neri e gli occhi marroni?
4. Quanti diversi dadi ottaedrici si possono costruire? (ovvero: contare in quanti modi "essenzialmente diversi" si possono distribuire i numeri da 1 a 8 sulle 8 facce di un ottaedro regolare, dove due distribuzioni di numeri sono "essenzialmente diverse" se non c'è modo di farle coincidere nemmeno ruotando opportunamente l'ottaedro)
5. [Disfida Urbi et Orbi 2012] In quanti modi posso suddividere un gruppo di 12 persone in 3 squadre di 4 persone ciascuna. (due suddivisioni vanno considerate identiche, e quindi contate una sola volta, se ogni persona si trova ad avere gli stessi compagni di squadra)
6. I ragazzi della 3^aD sono molto sportivi e tutti praticano almeno uno sport, scelto tra calcio, tennis e nuoto. Il calcio è praticato da 21 ragazzi, il nuoto da 14 e il tennis da 7. Sappiamo inoltre che c'è un solo ragazzo che pratica tutti e tre gli sport e che ce ne sono esattamente 12 che praticano 2 sport. Quanti sono i ragazzi della 3^aD?
7. I ragazzi della 3^aD sono molto sportivi e tutti praticano almeno uno sport, scelto tra calcio, tennis e nuoto. Il calcio è praticato da 21 ragazzi, il nuoto da 14 e il tennis da 7. Sappiamo inoltre che c'è un solo ragazzo che pratica tutti e tre gli sport e che ce ne sono esattamente 12 che praticano 2 sport. Quanti sono, al massimo, i ragazzi della 3^aD che praticano solo il calcio?
8. In quanti modi il numero 80 può essere scritto come somma di 3 numeri interi non negativi, eventualmente anche nulli? (due modi vanno considerati uguali se, a meno dell'ordine, sono composti dagli stessi numeri)
9. In quanti modi il numero 81 può essere scritto come somma di 3 numeri interi non negativi, eventualmente anche nulli? (due modi vanno considerati uguali se, a meno dell'ordine, sono composti dagli stessi numeri)
10. In un poligono regolare di 7 lati, ciascun lato viene colorato usando un colore a scelta tra **giallo**, **blu** o **bianco**, senza l'obbligo di usare tutti i colori. In quanti modi diversi si può farlo? (due colorazioni vanno considerate uguali, e quindi contate una sola volta, se esiste una rotazione nel piano che le fa coincidere)
11. Voglio fare dei braccialetti ciascuno costituito da un anello di filo nel quale sono libere di scorrere 17 perline ciascuna delle quali può essere di un colore a scelta tra **blu** o **rosso**, senza l'obbligo di usare tutti i colori. Quanti braccialetti "essenzialmente diversi" si possono fare? (ricordare che ciascun braccialetto non solo può essere ruotato, ma può anche essere infilato nel braccio in 2 modi)
12. In quanti modi posso distribuire 7 ragazzi in 4 stanze d'albergo in modo che nessuna stanza sia vuota? (si supponga che ciascuna stanza sia abbastanza grande da contenere tutti i ragazzi che decido di metterci)

II parte: altri problemi

13. [Gara Tor Vergata 2016] Per costruire un dado dodecaedrico *sbilanciato* si prende un dodecaedro regolare e su ciascuna delle sue facce si scrive un numero da 1 a 6 in modo che tutti i numeri compaiano almeno una volta e uno di essi 7 volte. Quanti diversi dadi dodecaedrici sbilanciati si possono costruire? (due distribuzioni di numeri vanno considerate identiche, e quindi contate una sola volta, se esiste una rotazione nello spazio che le sovrappone)
14. [Gara Tor Vergata 2018] Tre coppie (3 dame e 3 cavalieri) si siedono ad una tavola rotonda da 10 posti in modo tale che due dame non siano mai sedute in posti vicini. In quanti modi possono farlo? (due modi vanno considerati identici se si ottengono uno dall'altro per rotazione).

15. Cinque coppie (marito e moglie) vogliono accordarsi per formare cinque squadre miste (maschio+femmina) di due persone. In quanti modi diversi si può farlo se si vuole che nessuna squadra sia composta da marito e moglie?
16. [Gara Tor Vergata 2009] Quanti sono i parallelepipedi retti aventi volume 10^{10} cm^3 e spigoli la cui misura espressa in cm è intera? (due parallelepipedi vanno considerati uguali se, a meno dell'ordine, le misure dei loro spigoli coincidono)
17. Quanti sono parallelepipedi aventi volume 10^{10} cm^3 e spigoli la cui misura espressa in cm è intera, ma tali che la somma delle aree delle 6 facce espressa in cm^2 non sia divisibile per 5. (due parallelepipedi vanno considerati uguali se, a meno dell'ordine, le misure dei loro spigoli coincidono)
18. In quanti modi il numero 61 può essere scritto come somma di 4 numeri interi non negativi, eventualmente anche nulli? (due modi vanno considerati uguali se, a meno dell'ordine, sono composti dagli stessi numeri)
19. [Disfida Urbi et Orbi 2011] Quanti sono i parallelepipedi retti, aventi volume di 10^7 cm^3 e le aree di tutte le facce che, espresse in cm^2 sono intere? (N.B. due parallelepipedi retti vanno considerati identici, e quindi contati una volta sola, quando hanno gli spigoli della stessa misura, a prescindere da quali siano lunghezza, larghezza e altezza)
20. Ho un parallelepipedo di legno che misura $1 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 19 \text{ cm}$ e voglio tagliarlo in modo da ottenere 19 piccoli parallelepipedi di dimensioni $1 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$. In quanti modi essenzialmente diversi posso farlo? (due modi vanno considerati uguali, e quindi contati una volta sola, se esiste una rotazione del parallelepipedo nello spazio che le fa sovrapporre)
21. [Disfida Urbi et Orbi 2012] In quanti modi diversi posso colorare le 9 facce di un prisma retto con le basi a forma di ettagono regolare, in modo che ciascuna faccia sia colorata di bianco o di nero?
Attenzione: due prismi si considerano colorati allo stesso modo (e quindi vanno contati una volta sola) se esiste un movimento rigido (cioè una rototraslazione) nello spazio che li fa sovrapporre in modo che si sovrappongano anche i colori.
22. [Gara Tor Vergata 2014] Claudia ha 5 cesti contenenti ciascuno 97 palline, numerate da 0 fino a 96. Le palline del primo cesto sono blu, quelle del secondo sono verdi e quelle del terzo sono rosse. Le palline dei due cesti rimanenti sono bianche. Claudia prende 5 palline (una da ciascun cesto) avendo cura di sceglierle in modo che la somma sia 96 e le mette in un sacchetto, che poi porge a Luca.
Quante diverse configurazioni di palline possono capitare a Luca?
(Se il risultato fosse maggiore di 9999, indicare come risposta le 4 cifre più basse, cioè migliaia, centinaia, decine ed unità)
23. [Disfida Urbi et Orbi 2014] Un papà ha quattro figli: Ada, Ida, Ugo e Pio. Ada e Ida sono gemelle identiche, e così pure Ugo e Pio. Il papà deve distribuire loro 100 caramelle, ma siccome non ha ancora imparato a distinguere i gemelli, quando da un numero diverso di caramelle a due figli che siano tra loro gemelli, non distingue tra le due diverse situazioni che gli si possono presentare. Ad esempio darne 3 ad Ada e 19 ad Ida per lui è la stessa cosa che darne 19 ad Ada e 3 ad Ida.
Quante sono, dal punto di vista del papà, i diversi modi di distribuire tutte le 100 caramelle ai suoi 4 figli, contando ovviamente anche quelli (ingiusti!) in cui tutte le caramelle vengono date allo stesso bimbo?
(Se il risultato fosse maggiore di 9999 si dia come risposta le sue 4 cifre più basse: migliaia, centinaia, decine ed unità)
24. [Gara Tor Vergata 2017] Su ogni faccia di un cubo viene tracciato il segmento che unisce i punti medi di due lati opposti, una metà viene dipinta di giallo e l'altra di rosso. Quanti sono i diversi cubi che si possono ottenere colorandoli in questo modo? (due colorazioni vanno considerate identiche, e quindi contate una volta sola, se esiste una rotazione nello spazio che le fa sovrapporre)

Caro Docente, caro Studente,

se vuoi aiutarci, puoi contribuire ad una miglior riuscita dello stage condividendone il più possibile link e materiali.

- 1 (per i docenti) Segnarci quanti studenti hanno partecipato nella tua scuola.
- 2 (per i docenti) Segnalare l'iniziativa ai colleghi di altre scuole che ritieni possano essere interessati.
- 3 (per i docenti) Linkare nel sito della tua scuola la pagina web dello stage e del video-corso collegato.
- 4 (per tutti) Iscriverti al canale YouTube collegato.
- 5 (per tutti) Chiedere l'amicizia all'utente Facebook collegato.

Stage: <http://www.problemisvolti.it/StageOlimpiadiMatematica.html>

Video Corso: <http://www.problemisvolti.it/CorsoBaseOlimpiadiMatematica.html>

YouTube: [problemisvolti.it](http://www.problemisvolti.it)

Facebook: [Problemisvolti Puntoit](https://www.facebook.com/ProblemisvoltiPuntoit)