

I Appello Autunnale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2015-2016
9 Settembre 2016

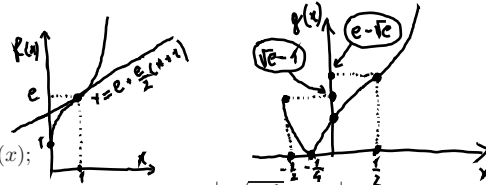
1. Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$a_n = (n+1)^n, \quad b_n = n^{n+1}, \quad c_n = (n!)^{n!}, \quad d_n = 2^{n^n}.$$

RISPOSTA
 $a_n = o(b_n)$
 $b_n = o(c_n)$
 $c_n = o(d_n)$

2. Data $f(x) = \ln(1+x+x^3) + \ln(1+x-x^3) - 2\ln(1+x) = -x^6 + o(x^6)$

- (a) trovare n intero positivo tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n}$ esista finito e non nullo; $n = 6$
 (b) usare il risultato del punto (a) per stabilire se $x = 0$ sia per $f(x)$ un punto di massimo relativo, minimo relativo o flesso. **MAX-REL.**



3. Data $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

- (a) fare uno studio completo del grafico di $f(x)$;
 (b) usare il risultato del punto (a) per studiare il grafico di $g(x) = |e^{\sqrt{x+\frac{1}{2}}} - \sqrt{e}|$;
 (c) usare il risultato del punto (b) per dire quante sono le soluzioni dell'equazione $g(x) = 10|x| - 1$.
3 SOLUZIONI x_1, x_2, x_3 TALI CHE $-\frac{1}{2} < x_1 < 0 < x_2 < \frac{1}{2} < x_3$

4. Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_{-2}^x \frac{t^{99} + 1}{(t+3)^{99}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne monotonia e convessità.

5. Data $f(x) = -\frac{x+|x|}{2}$

(a) trovare $f(f(x))$; **$f(f(x))$ È IDENTICAMENTE NULLA**

(b) (facoltativo) ispirandosi eventualmente al punto (a) trovare $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{2016}$ sia identicamente nulla ma $\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{2015}$ non lo sia. **BASTA PRENDERE COME NUOVA $f(x)$**

LA FUNZIONE $f(x) = \frac{|x-1| - |x-2016| + 2015}{2}$

Tempo: 2 ore e 45 minuti

Punteggi: 8+(6+2)+(5+1+2)+8+(1+?)

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

I Appello Autunnale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2015-2016
9 Settembre 2016

6. Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$a_n = n^{\sqrt{n}}, \quad b_n = (\sqrt{n})^n, \quad c_n = (n!)^{n!}, \quad d_n = 2^{n^n}.$$

RISPOSTA
 $a_n = o(b_n)$
 $b_n = o(c_n)$
 $c_n = o(d_n)$

7. Data $f(x) = 2 \sin x - \sin(x + x^3) - \sin(x - x^3) = x^7 + o(x^7)$

- (a) trovare n intero positivo tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n}$ esista finito e non nullo; $n = 7$
 (b) usare il risultato del punto (a) per stabilire se $x = 0$ sia per $f(x)$ un punto di massimo relativo, minimo relativo o flesso. **FLESSO**

8. Data $f(x) = \ln(1 + \sqrt[3]{x})$

- (a) fare uno studio completo del grafico di $f(x)$;
 (b) usare il risultato del punto (a) per studiare il grafico di $g(x) = |\ln(1 + \sqrt[3]{x-1})|$;
 (c) usare il risultato del punto (b) per dire quante sono le soluzioni dell'equazione $g(x) = ||x| - 1|$.

9. Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_0^x \frac{t^{100} - 1}{(t+2)^{100}} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne monotonia e convessità.

10. Data $f(x) = -\frac{x + |x|}{2}$

- (a) trovare $f(f(x))$; **$f(f(x))$ E IDENTICAMENTE NULLA**
 (b) (facoltativo) ispirandosi eventualmente al punto (a) trovare $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{2016}$ sia identicamente nulla ma $\overbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}^{2015}$ non lo sia. **BASTA PRENDERE COME NUOVA $f(x)$**

LA FUNZIONE $f(x) = \frac{|x-1| - |x-2016| + 2015}{2}$

Tempo: 2 ore e 45 minuti
 Punteggi: $8+(6+2)+(5+1+2)+8+(1+?)$

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....