

I Appello Autunnale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2014-2015
7 Settembre 2015

1. Sia data la successione $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$.
- (a) Determinare, motivando la risposta, l'insieme $A = \{x \in \mathbf{R} \mid \text{definitivamente in } n \text{ si ha } a_n \geq x\}$.
 - (b) Determinare, motivando la risposta, l'insieme $B = \{x \in \mathbf{R} \mid \text{frequentemente in } n \text{ si ha } a_n > x\}$.
 - (c) Trovare, se esiste, una successione a_n per la quale risulti $A = B$. Motivare la risposta.

2. Confrontare l'ordine di infinito delle seguenti successioni:

$$a_n = 2^{n^2} \qquad b_n = n^{20} \cdot 20^n \qquad c_n = n^{200} \cdot 2^n \qquad d_n = n^n.$$

3. Sia data $f(x) = \cos\left(2x + \frac{x^3}{3}\right) - e^{-2x^2}$.
- (a) Trovarne lo sviluppo di Taylor di ordine 7 nel punto $x_0 = 0$.
 - (b) Usare il risultato del punto (a) per calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{49x^6}{f(x) + 2x^4}$.

4. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_2^x \frac{1}{(t-4) \cdot \sqrt{|t|}} dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti, punti di non derivabilità, intersezioni con gli assi e convessità.

5. Sia data la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1 + 3(-1)^n n^\alpha}.$$

Studiare la convergenza semplice e assoluta nei casi $\alpha = 2$, $\alpha = 1$ e infine (facoltativo) $\alpha = \frac{1}{2}$.

Tempo: 3 ore
Punteggi: 6+7+7+8+(6+?)

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....