

# Analisi Matematica 1 - Prova Simulata n. 1

Argomenti: Topologia di  $\mathbb{R}$ , limiti di successioni e funzioni, continuità.

Titolo nota

[www.problemisvolti.it](http://www.problemisvolti.it)

- 1) Sia  $A$  il dominio naturale di  $f(x) = \sqrt{\sin \frac{1}{x}}$ ;
- a) trovare, se esistono,  $\text{SUP}(A)$  e  $\text{MAX}(A)$ ; +∞ NON ESISTE
- b) trovare, se esistono,  $\text{INF}(A)$  e  $\text{MIN}(A)$ ;  $-\frac{1}{\pi}$   $-\frac{1}{\pi}$
- c) dire, motivando la risposta, se  $A$  è CHIUSO. NON È CHIUSO:  $0 \notin A$  MA  $0 \in ]A$

2) Calcolare  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{\pi}{2} - \arctan n \right)^n \cdot n! = 0$

- 3) Mettere in ordine di infinito crescente le seguenti successioni:

$$\alpha_n = (2n!)^n \quad \beta_n = \left(n + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \quad \gamma_n = \left(n + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^2} \quad \delta_n = n^{n^2 + \frac{1}{\sqrt{n}}}$$

$\beta_n$  e  $\delta_n$  hanno lo stesso ordine,  $\beta_n = o(\gamma_n)$ ,  $\gamma_n = o(\alpha_n)$

- 4) Sia data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\sin \frac{1}{x}\right) \cdot \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right) & \text{per } x \neq 0 \\ 0 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

a) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . = 1

- b) Dire, motivando la risposta, se  $f(x)$  è continua per  $x=0$ . SI PERCHÉ  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

5) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^x - 1)^2}{\ln^2 x \cdot \ln(\cos x)}$  = -2

(Tempo: 2h e 30 min. - Punteggi dei problemi: 6 + 6 + 8 + 6 + 6)