

## II Appello Autunnale di Analisi Matematica I

# A

A.A. 2014-2015  
22 Settembre 2015

1. Trovare, motivando la risposta, punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione dell'insieme:

$$A = (\mathbf{Q} \cap [-1, 1]) \cup (1, +\infty).$$

2. Confrontare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0^+$  delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \sqrt[8]{1+2x} - \sqrt[4]{1+x^2} \quad g(x) = \frac{1}{\ln x} \quad h(x) = (\sqrt{x})^{\frac{1}{\sqrt{x}}}.$$

3. Sia data  $f(x) = \sqrt{\frac{|x|-1}{x+1}}$ .

- (a) Fare uno studio completo del grafico di  $f$ .  
(b) Utilizzando eventualmente il punto (a), dire quante sono le soluzioni dell'equazione  $x^2 = 8f(x)$ .

4. Sia dato l'integrale improprio:

$$\int_0^{+\infty} \left| \alpha + \frac{\sin x}{4} \right|^x dx.$$

Studiarne la convergenza nei casi  $\alpha = 2$ ,  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\alpha = 1$  e infine (facoltativo)  $\alpha = \frac{3}{4}$ .

5. Sia data la serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^{\alpha n} \sin \frac{1}{(n+2)!}.$$

Studiarne la convergenza semplice e assoluta nei casi  $\alpha = 2$ ,  $\alpha = 1$  e  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

**Tempo:** 3 ore  
**Punteggi:** 6+6+8+(7+?)+6

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente?  SI  NO Firma:.....