

II Appello Autunnale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2016-2017
15 Settembre 2017

1. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono:

$$a_n = \frac{(n^2 + 2)! + n^n}{(n^2)!}, \quad b_n = \sqrt{1 + n^6}, \quad c_n = n^5, \quad d_n = \ln(1 + e^n).$$

2. Calcolare: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3 + \cos x}} - 2}{x^2}$.

3. Si considerino le funzioni $f(x) = \ln(x - 2) - \ln(x + 1)$ e $g(x) = \sqrt{x} + \ln\left(\frac{x - 2}{x + 1}\right)$.

- (a) Fare uno studio dettagliato di $f(x)$ e disegnarne il grafico.
(b) Usando eventualmente il punto (a), fare uno studio dettagliato di $g(x)$ e disegnarne il grafico.

4. Sia data la funzione $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x+1} - \sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{x-1}$.

- (a) Calcolare l'integrale $\int_1^2 f(x) dx$.
(b) Calcolare l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} f(x) dx$.
(c) Dire per quali $\alpha > \mathbf{R}$ risulta convergente l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} |f(x)|^\alpha dx$.

5. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{(4^n - 3^n \sin n) \sqrt{n}}$, studiarne la convergenza per $\alpha = 3$, $\alpha = 5$, $\alpha = 4$ e $\alpha = -4$.

Tempo: 2 ore e 30 min

Punteggi: 7+6+(4+3)+(3+2+3)+(1+1+1+4)

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

II Appello Autunnale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2016-2017
15 Settembre 2017

6. Confrontare gli ordini di infinito (dicendo anche se sono asintoticamente equivalenti) delle successioni che seguono:

$$a_n = \frac{(2^n + 1)! + n^n}{(2^n)!}, \quad b_n = \sqrt{1 + e^n}, \quad c_n = e^n, \quad d_n = \ln(1 + e^n).$$

7. Calcolare: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5 + \sqrt{16 + \sin(x^2)}} - 3}{x^2}$.

8. Si considerino le funzioni $f(x) = \ln(x - 1) - \ln(x + 2)$ e $g(x) = \sqrt{x} + \ln\left(\frac{x-1}{x+2}\right)$.

- (a) Fare uno studio dettagliato di $f(x)$ e disegnarne il grafico.
(b) Usando eventualmente il punto (a), fare uno studio dettagliato di $g(x)$ e disegnarne il grafico.

9. Sia data la funzione $f(x) = \sqrt{x+2} - 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x-1}$.

(a) Calcolare l'integrale $\int_1^2 f(x) dx$.

(b) Calcolare l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} f(x) dx$.

(c) Dire per quali $\alpha > \mathbf{R}$ risulta convergente l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} |f(x)|^\alpha dx$.

10. Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{(3^n + 2^n \cos n) \sqrt{n}}$, studiarne la convergenza per $\alpha = 2$, $\alpha = 4$, $\alpha = 3$ e $\alpha = -3$.

Tempo: 2 ore e 30 min

Punteggi: 7+6+(4+3)+(3+2+3)+(1+1+1+4)

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....