

II Appello Estivo di Analisi Matematica I

A

A.A. 2014-2015
17 Luglio 2015

1. Sia $A \subset \mathbf{R}$ il complementare di \mathbf{Z} , cioè $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x \text{ non è intero}\}$.
Trovare, motivando la risposta, punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione dell'insieme A .

2. Confrontare l'ordine di infinito delle seguenti successioni:

$$a_n = ((n!)^n)^2 \quad b_n = 2^{n^3} \quad c_n = n^{n^2}$$

3. Sia data $f(x) = \sin^2(x + x^3)$.
(a) Trovarne lo sviluppo di Taylor di ordine 7 nel punto $x_0 = 0$.
(b) Usando eventualmente il risultato del punto (a), calcolare $f^{(6)}(0)$.
(c) Calcolare $g^{(2015)}(0)$, dove $g(x) = x^2 f(x)$.

4. Sia data la funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t dt$$

- (a) Trovarne il dominio.
- (b) Studiarne la monotonia.
- (c) Determinarne eventuali asintoti verticali, orizzontali o obliqui.
- (d) (facoltativo) Dire quante sono le soluzioni dell'equazione $F(x) = -2$.

5. Sia data la serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^{\alpha n}}{n^{n+1}}$$

dipendente da un parametro $\alpha > 0$. Studiarne, al variare di α , la convergenza semplice ed assoluta.

Tempo: 3 ore
Punteggi: 6+6+6+(8+?)+8

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....