II Appello Estivo di Analisi Matematica I

A

A.A. 2015-2016
18 Luglio 2016

1. Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$a_n = (2n)^{n+1}, \qquad b_n = (n-1)^{2n-1}, \qquad c_n = (4 + (-1)^n)^n \cdot n^n.$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a_n = o(c_n) \\ c_n = o(b_n) \end{array}}$$

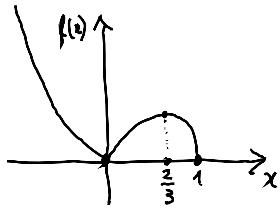
2. Calcolare:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\overbrace{2\ln(\cos x) + \ln\left(2 - \cos^2 x\right) + \sin^2 x^2}^{= \frac{2}{3}x^6 + O(x^8)}}{x^\beta} = \begin{cases} \beta=6 & = \frac{2}{3} \\ \beta=7 & = \boxed{\text{NON ESISTE}} \\ \beta=8 & = +\infty \end{cases}$$

per $\beta = 6$, $\beta = 7$, e $\beta = 8$.

3. Si consideri l'equazione

$$\sqrt{x^2(1-x)} = \left|e^{2x} - 1\right|.$$

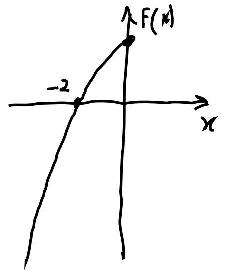


(**a**) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.

(**b**) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

$$\boxed{\text{2 SOLUZIONI: } \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 < 0 \end{array}}$$

4. Studiare il grafico della funzione integrale:



$$F(x) = \int_{-2}^{x} e^{e^{\frac{1}{t}}}\, dt.$$

$[-\infty, 0)$

In particolare determinarne dominio, segno ed eventuali asintoti (NESSUN ASINTOTO) e studiarne monotonia e convessità.

$$\boxed{F(x) \text{ è } \begin{cases} >0 & \text{SE } -2 < x \leq 0 \\ =0 & \text{SE } x = -2 \\ <0 & \text{SE } x < -2 \end{cases}} \qquad \boxed{\text{SEMPRE CRESCENTE}} \qquad \boxed{\text{SEMPRE CONCAVA}}$$

5. (Facoltativo) Sia data la successione $a_n = \sqrt{n} - \lfloor\sqrt{n}\rfloor$.

(**a**) Esibire, motivando la risposta, una sottosuccessione di a_n che tenda a 0. $a_{n_k} = a_{k^2} = \sqrt{k^2} - \lfloor\sqrt{k^2}\rfloor = 0 \to 0$

(**b**) Esibire, motivando la risposta, una sottosuccessione di a_n che tenda a 1. $a_{n_k} = a_{k^2+2k} = \sqrt{k^2+2k} - \lfloor\sqrt{k^2+2k}\rfloor = \dots = \frac{2k}{\sqrt{k^2+2k}+k} \to 1$

(**c**) Dire, motivando la risposta, per quali altri $\lambda \in \mathbf{R}$ esiste una sottosuccessione di a_n che tende a λ.

PER OGNI $\lambda \in [0,1]$ PERCHÉ (a_n) È DENSA IN $[0,1]$.

Tempo: 2 ore e 45 minuti
Punteggi: 6+8+(6+3)+9+?

Cognome:................ Nome:................. Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? [SI] [NO] Firma:.............................

II Appello Estivo di Analisi Matematica I

B

A.A. 2015-2016
18 Luglio 2016

6. Confrontare gli ordini di infinito delle successioni seguenti:

$$a_n = (2n+1)^n, \qquad b_n = (n-3)^{2n}, \qquad c_n = (4+\sin n)^{n+1} \cdot n^{n-1}.$$

$a_n = o(c_n)$
$c_n = o(b_n)$

7. Calcolare:

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\ln(\cos x) + \ln\left(1+\sin^2 x\right) + 1 - \cos^2 x^2}{x^\beta}$$

per $\beta = 6$, $\beta = 7$, e $\beta = 8$.

IDENTICO AL PROB. 2

8. Si consideri l'equazione

$$\sqrt{x^2(1+x)} = |\ln(1+2x)|.$$

(**a**) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.

(**b**) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

9. Studiare il grafico della funzione integrale:

$$F(x) = \int_2^x e^{e^{-\frac{1}{t}}}\, dt.$$

In particolare determinarne dominio, segno ed eventuali asintoti e studiarne monotonia e convessità.

10. (Facoltativo) Sia data la successione $a_n = \sqrt{n} - \lfloor\sqrt{n}\rfloor$.

(**a**) Esibire, motivando la risposta, una sottosuccessione di a_n che tenda a 0.

(**b**) Esibire, motivando la risposta, una sottosuccessione di a_n che tenda a 1.

(**c**) Dire, motivando la risposta, per quali altri $\lambda \in \mathbf{R}$ esiste una sottosuccessione di a_n che tende a λ.

Tempo: 2 ore e 45 minuti
Punteggi: 6+8+(6+3)+9+?

Cognome:................ Nome:................ Matr:...............

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:..............................