

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

A

A.A. 2014-2015
19 Febbraio 2015

1. Dato l'insieme

$$A = \left\{ \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{n+2} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$$

Quando esistono, determinare $\inf A$, $\sup A$, $\min A$ e $\max A$, motivando le risposte date.

2. Calcolare i seguenti limiti:

(1)
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1+n^2} - 1 \right) \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} - 1 \right)$$

(2)
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\sqrt{1+x^2} - 1 \right) \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 1 \right)$$

3. Sia data $f(x) = \ln(\cos x)$.

- (a) Trovarne lo sviluppo di Taylor di ordine 7 nel punto $x_0 = 0$.
- (b) Usare il risultato del punto (a) per calcolare $f^{(6)}(0)$.

4. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{|\sin t^3|}{t^3} dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti e punti di non derivabilità. Per quanto riguarda la convessità, invece, ci si può accontentare di uno studio approssimativo.

5. Sia data la serie:

$$\sum_{n=50}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{10n - \alpha \cos n}.$$

Studiare la convergenza semplice nei casi $\alpha = 1$, $\alpha = 10$ e $\alpha = 200$.

Tempo: 3 ore
Punteggi: 6+6+(6+1)+7+7

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

B

A.A. 2014-2015
19 Febbraio 2015

6. Dato l'insieme

$$A = \left\{ \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$$

Quando esistono, determinare $\inf A$, $\sup A$, $\min A$ e $\max A$, motivando le risposte date.

7. Calcolare i seguenti limiti:

(3)
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln(1+n^2) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$$

(4)
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(1+x^2) \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

8. Sia data $f(x) = e^{1-\cos x}$.

- (a) Trovarne lo sviluppo di Taylor di ordine 7 nel punto $x_0 = 0$.
- (b) Usare il risultato del punto (a) per calcolare $f^{(6)}(0)$.

9. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sin^2 t}{t \cdot |t|} dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti e punti di non derivabilità. Per quanto riguarda la convessità, invece, ci si può accontentare di uno studio approssimativo.

10. Sia data la serie:

$$\sum_{n=50}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{20n - \alpha \sin n}.$$

Studiare la convergenza semplice nei casi $\alpha = 1$, $\alpha = 20$ e $\alpha = 200$.

Tempo: 3 ore
Punteggi: 6+6+(6+1)+7+7

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

C

A.A. 2014-2015
19 Febbraio 2015

11. Dato l'insieme

$$A = \left\{ \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^{n+1} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$$

Quando esistono, determinare $\inf A$, $\sup A$, $\min A$ e $\max A$, motivando le risposte date.

12. Calcolare i seguenti limiti:

(5)
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{1}{n^2}} - 1 \right) \cdot \sin^2 n$$

(6)
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(e^{\frac{1}{x^2}} - 1 \right) \cdot \sin^2 x$$

13. Sia data $f(x) = \arctan(\arctan x)$.

- (a) Trovarne lo sviluppo di Taylor di ordine 6 nel punto $x_0 = 0$.
- (b) Usare il risultato del punto (a) per calcolare $f^{(5)}(0)$.

14. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sin^2 t}{\sqrt[3]{t^7}} dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti e punti di non derivabilità. Per quanto riguarda la convessità, invece, ci si può accontentare di uno studio approssimativo.

15. Sia data la serie:

$$\sum_{n=50}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\alpha n + 10 \sin n}.$$

Studiare la convergenza semplice nei casi $\alpha = 200$, $\alpha = 10$ e $\alpha = 1$.

Tempo: 3 ore

Punteggi: 6+6+(6+1)+7+7

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....

II Appello Invernale di Analisi Matematica I

D

A.A. 2014-2015
19 Febbraio 2015

16. Dato l'insieme

$$A = \left\{ \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^{n+2} \mid n \in \mathbf{N} \right\}$$

Quando esistono, determinare $\inf A$, $\sup A$, $\min A$ e $\max A$, motivando le risposte date.

17. Calcolare i seguenti limiti:

(7)
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right) \cdot \ln(1 + n^n)$$

(8)
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right) \cdot \ln(1 + x^x)$$

18. Sia data $f(x) = \sin(\sin x)$.

- (a) Trovarne lo sviluppo di Taylor di ordine 6 nel punto $x_0 = 0$.
- (b) Usare il risultato del punto (a) per calcolare $f^{(5)}(0)$.

19. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sin^2 t}{\sqrt[4]{t^{10}}} dt.$$

In particolare determinarne dominio, intervalli di monotonia, esistenza di eventuali asintoti e punti di non derivabilità. Per quanto riguarda la convessità, invece, ci si può accontentare di uno studio approssimativo.

20. Sia data la serie:

$$\sum_{n=50}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\alpha n + 20 \cos n}.$$

Studiare la convergenza semplice nei casi $\alpha = 200$, $\alpha = 20$ e $\alpha = 1$.

Tempo: 3 ore
Punteggi: 6+7+(6+1)+7+7

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....