

II Recupero del II Esonero di Analisi M. I

A

A.A. 2015-2016
18 Febbraio 2016

1. Data la funzione

$$f(x) = (x - \arctan x) \cdot \ln(1 + x^2 + x^3) - \frac{x^5 + x^6}{3}.$$

- (a) Dire, al variare di $\alpha > 0$, quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$.
- (b) Dire, motivando la risposta, se per $x = 0$, $f(x)$ abbia un massimo, un minimo o un flesso a tangente orizzontale.

2. Si consideri l'equazione

$$e^{x^2+x} = \ln(e+x)$$

- (a) Fare uno studio dettagliato della funzione al primo membro.
- (b) Usare lo studio fatto al punto (a) per stabilire quante sono le soluzioni dell'equazione, motivando accuratamente ogni affermazione.

3. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\arctan \sqrt{x}}{(1+x)x^\alpha}$$

dipendente da un parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.

- (a) Calcolare, per $\alpha = \frac{1}{2}$, l'integrale $\int_1^3 f(x) dx$.
- (b) Calcolare, per $\alpha = \frac{1}{2}$, l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x) dx$
- (c) Dire per quali $\alpha \in \mathbf{R}$, risulta convergente l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x) dx$

4. Studiare il grafico della funzione

$$F(x) = \int_1^x \sqrt{\frac{t+1}{t}} \cdot \frac{e^t + 2}{e^t + 1} dt.$$

In particolare determinarne dominio ed eventuali asintoti e studiarne segno, monotonia e convessità.

5. (Facoltativo) Data $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ di classe C^{10} , si considerino le due affermazioni:

- (a) f è una funzione pari.
- (b) Lo sviluppo di Taylor di ordine 10 nel punto $x_0 = 0$ della funzione f contiene solo potenze pari della x .

Dire, motivando la risposta, se sono vere o false le implicazioni $(a) \implies (b)$ e $(b) \implies (a)$.

Tempo: 2 ore e 30 minuti
Punteggi: 8+(4+4)+9+9+?

Cognome:..... Nome:..... Matr:.....

Dai il tuo consenso alla pubblicazione del tuo voto nella pagina web del docente? SI NO Firma:.....