

Analisi Matematica 1 - Prova Simulata n. 3

Argomenti: derivazione e integrazione in 1 variabile, serie numeriche.

Titolo nota

www.problemisvolti.it

1) Sia $f(x) = (e^{-2x^2} - \cos 2x)(\sin(x^3) - (\sin x)^3)$.

a) Trovare il polinomio di Taylor di ordine 11 di $f(x)$ in $x_0 = 0$.

b) Usare il risultato del punto (a) per calcolare $f^{(11)}(0)$.

c) (FACOLTATIVO) Dire, motivando la risposta, quanto vale $f^{(200)}(0)$.

2) Dire, ricorrendo eventualmente ad uno studio di funzione, quante sono, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ le soluzioni reali dell'equazione:

$$3x^4 - 20x^3 + 36x^2 + 15 = \alpha$$

3) Studiare la funzione $F(x) = \int_1^x \frac{\pi}{2 \arctan(t^2 + \sqrt{t})} dt$,

ovvero determinarne dominio, intersezione con gli assi, eventuali asintoti, monotonie, convessità e comportamento di $F'(x)$ al bordo del dominio.

4) Studiare, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie:

$$\sum_{n=[\alpha]+1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n + \alpha \sin n}$$

(Ricordare che il simbolo $[\cdot]$ significa "parte intera di ...")

5) (FACOLTATIVO) Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. Mostrare che $f(x) = o(x)$ per $x \rightarrow +\infty$.

(Tempo: 2h e 30 min. - Punteggi dei problemi: $(6+2+?) + 8 + 8 + 8 + ?$)