

# Analisi Matematica 1 - Prova Simulata n. 4

Argomenti: derivazione e integrazione in 1 variabile.

Titolo nota

[www.problemisvolti.it](http://www.problemisvolti.it)

1) Sia  $f(x) = x(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}) \cdot \sin(\sin x) + \sqrt[3]{1+x^6} - \sqrt{1+x^{2016}}$

a) Dire, al variare di  $x > 0$ , quanto vale  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$ .

b) Dire se  $f(x)$  ha un estremo relativo in  $x_0 = 0$  e, in caso affermativo, dire se è un massimo o un minimo.

2) Dire, ricorrendo eventualmente ad uno studio di funzione, quante sono le soluzioni reali dell'equazione:

$$x^{2017} = 2 \cdot \sin(10\pi \cdot x)$$

3) Calcolare  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^{10} x + 3 \sin^8 x + 3 \sin^6 x + \sin^4 x} dx$

4) Studiare, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , convergenza semplice e assoluta dell'integrale improprio:

$$\int_2^{+\infty} \frac{1 + x^\alpha \sin x}{x \ln^2 x} dx$$

5) (FACOLTATIVO) Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua e periodica di periodo  $T$ .  
Mostrare che le primitive di  $f$  sono periodiche se e solo se  $\int_0^T f(x) dx = 0$ .

(Tempo: 2h e 30 min. - Punteggi dei problemi: (6+2) + 8 + 7 + 8 + ?)